



آیا جزوه را از سایت ما دانلود کرده اید؟

کتابخانه الکترونیکی **PNUEB**

پیام نوری ها بشتابید

مزایای عضویت در کتابخانه **PNUEB**:

دانلود رایگان و نامحدود خلاصه درس و جزوه

دانلود رایگان و نامحدود حل المسائل و راهنما

دانلود کتابچه نمونه سوالات دروس مختلف پیام نور با جواب

WWW.PNUEB.COM

کتابچه نمونه سوالات چیست؟

سایت ما **افتخار** دارد برای اولین بار در ایران توانسته است کتابچه نمونه سوالات تمام دروس پیام نور که هر یک حاوی تمامی آزمون های برگزار شده پیام نور (تمامی نیمسالهای موجود **فتی الامکان** با **جواب**) را در یک فایل به نام کتابچه جمع آوری کند و هر ترم نیز آن را آپدیت نماید.

مراحل ساخت یک کتابچه نمونه سوال

(برای آشنایی با زحمت بسیار زیاد تولید آن در هر ترم):

دسته بندی فایلها - سرچ بر اساس کد درس - پسابندن سوال و جواب - پیدا کردن یک درس در نیمسالهای مختلف و پسابندن به کتابچه همان درس - پسابندن نیمسالهای مختلف یک درس به یکدیگر - وارد کردن اطلاعات تک تک نیمسالها در سایت - آپلود کتابچه و فیلدی موارد دیگر..

همچنین با توجه به تغییرات کدهای درسی دانشگاه استثنائات زیادی در ساخت کتابچه بوجود می آید که کار ساخت کتابچه را بسیار پیچیده می کند.

WWW.PNUEB.COM



دانشگاه پیام نور

کتابخانه الکترونیکی **PNUEB**

WWW.PNUEB.COM

فیزیک پایه ۱ (مکانیک)

انتشارات دانشگاه پیام نور

UNIVERSITY PHYSICS بر اساس

HARRIS BENSON تألیف

ترجمه تدوین محمدرضا بهاری

Payam Noor University Ebook

PNUEB

تهیه کننده اسلایدها: محمدرضا بهاری

مباحث كلي درس

- مقدمات و تعاريف
- رياضيات برداري
- سينماتيك حركت يك بعدي و دوبعدي
- ديناميك ذره – قوانين نيوتون
- كار و انرژي
- پايستگي انرژي
- تكانه خطي
- ديناميك سيستمهاي ذرات و اجسام صلب
- سيستماتيك و ديناميك دوران جسم صلب حول محور ثابت
- تكانه زاويه‌اي، و تعادل جسم صلب

Payam Noor University Ebook

PNUeb

جایگاه و اهمیت درس

ارتباط بنیادی علوم پایه با همدیگر ایجاب می‌کند که دانشجویان هر علمی با کلیات و مفاهیم اساسی علوم دیگر آشنا باشند.

دانشجویان علوم پایه با یادگیری فیزیک پایه نه فقط با قوانین بنیادی طبیعت بلکه با منطق و روش علمی مطالعه این قوانین هم آشنا می‌شوند.

مثلاً، دانشجویان رشته شیمی در بسیاری از دروس اصلی این رشته از مفاهیم و روابط فیزیک استفاده خواهند کرد، و دانشجویان رشته ریاضی خواهند دید که بسیاری از مفاهیم و روش‌های ریاضی چه کاربردهای مفیدی در بیان دقیقتر مفاهیم فیزیک و محاسبات مربوط به آنها دارند.

فصل اول: مقدمات

آشنایی با بعضی تعاریف و اصطلاحات و مفاهیم لازم برای شروع مطالعه فیزیک

هدف کلی

■ فیزیک چیست؟

■ مفهوم، مدل، قانون، اصل و نظریه

■ یكاهای اندازه گیری

■ نمایش اعداد با توانهای ده و ارقام با معنی

■ چارچوبهای مرجع و دستگاههای مختصات

Payam Noor University Ebook

PNUeb

فيزيك و تقسيم بندي هاي آن

- مكانيك كلاسيك
- ترموديناميك
- الكترومغناطيس

(شاخه هاي عمده)

فيزيك كلاسيك

- نسبيت خاص
- مكانيك كوانتومي
- نسبيت عام

(نظريه هاي عمده)

فيزيك جديد

Payam Noor University Ebook

PNUeb

نکات قابل بحث:

- حوزه‌های کاربرد فیزیک کلاسیک و فیزیک جدید
- مفهوم ، قانون ، اصل ، مدل ، نظریه

Payam Noor University Ebook

PNUeb

...کتابخانه الکترونیک پیام نور....

یکاهای اندازه‌گیری

- مکانیک کلاسیک
- ضرورت تعیین استانداردهای مشترک
- خصوصیات مطلوب برای استانداردها

دستگاه یکاهای بین‌المللی (SI)

- کمیته‌ها و یکاهای اصلی
- کمیته‌ها و یکاهای فرعی (مشتق)

یکاهای اصلی مکانیک (در SI)

- کیلوگرم (یکای جرم)
- ثانیه (یکای زمان)
- متر (یکای طول)

پیشوندهای یکاهای SI

پیشوند	نماد	ضریب	پیشوند	نماد	ضریب
اگزا	E	۱۰ ^{۱۸}	دسی	d	۱۰ ^{-۱}
پتا	P	۱۰ ^{۱۵}	سانتی	c	۱۰ ^{-۲}
ترا	T	۱۰ ^{۱۲}	میلی	m	۱۰ ^{-۳}
گیگا	G	۱۰ ^۹	میکرو	μ	۱۰ ^{-۶}
مگا	M	۱۰ ^۶	نانو	n	۱۰ ^{-۹}
کیلو	k	۱۰ ^۳	پیکو	p	۱۰ ^{-۱۲}
هکتو	h	۱۰ ^۲	فمتو	f	۱۰ ^{-۱۵}
دکا	da	۱۰ ^۱	آتو	a	۱۰ ^{-۱۸}

Payam Noor University Ebook

PNUeb

■ تبدیل یکاها به روش ضرب کردن در کسرهایی
واحد مناسب ،
مثلاً

$$30 \text{ m/s} = \left(\frac{30 \text{ m}}{1 \text{ s}}\right) \left(\frac{1 \text{ km}}{1000 \text{ m}}\right) \left(\frac{3600 \text{ s}}{1 \text{ h}}\right) = \frac{30 \times 3600 \text{ km}}{1000 \text{ h}} = 108 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

■ نمایش اعداد برحسب توانهای ده ، مثلاً

$$0.0000000002 = 2 \times 10^{-10}$$

$$926843200 \cong 9.268432 \times 10^8$$

منظور از ارقام
بامعني

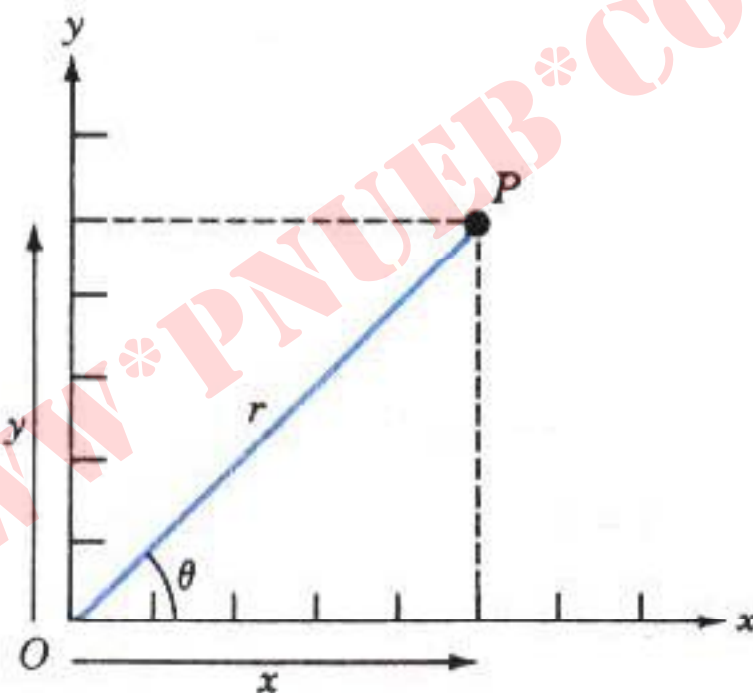
■ تعيين ارقام بامعني در عمليات جمع و تفریق

■ تعيين ارقام بامعني در عمليات ضرب و تقسيم

$$17/524 + 2/4 - 3/56 = (16/364) = 16/4$$

$$\frac{36/479 \times 2/6}{14/58} = (6/387) = 6/4$$

چارچوب‌های مرجع و دستگاه‌های مختصات



مختصات دکارتی و (r, θ) مختصات قطبی نقطه P اند.

روابط میان مختصات قطبی و مختصات دکارتی

$$\begin{cases} x = r \cos \theta \\ y = r \sin \theta \end{cases}$$

$$\begin{cases} r = \sqrt{x^2 + y^2} \\ \theta = \tan^{-1} \frac{y}{x} \end{cases}$$

Payam Noor University Ebook

PNUEB

مسائل فصل اول

۱. (الف) مسافتي که نور آن را در يك سال مي پيماید سال نوري نامیده

مي شود. با استفاده از سرعت نور که برابر با m/s $10^8 \cdot 300$ است ، سال نوري را بر حسب كيلومتر بيان کنید .

(ب) متوسط فاصله میان زمین و خورشید ، که در حدود m/s $10^{11} \cdot 5$ است

است ، يکاي نجومی (AU) نامیده مي شود. سرعت نور را بر حسب AU/h

حساب کنید .

۲. اتومبیلی با مصرف ۱ گالن بنزین می تواند مسافتی برابر با ۳۰ مایل را طی کند. میزان مصرف این اتومبیل را برحسب « لیتر در ۱۰۰ کیلومتر » (که یکای معمول برای مصرف اتومبیل‌های سواری است) چقدر است ؟ هر گالن امریکایی برابر با ۳٫۷۹ لیتر است

۳. عدد π را برابر با ۳٫۱۴۱۵۹ بگیرد و هر یک از مقادیر زیر را حساب کنید:

(الف) مساحت دایره ای به شعاع m ۴٫۲۰

(ب) مساحت سطح کره ای به شعاع m ۰٫۴۶

(ج) حجم کره ای به شعاع m ۲٫۳۱۸

فصل دوم: بردارها

هدف كلي

آشنائي با عمليات برداري (جبر برداري)

بردارها ابزار مفيدي براي بيان مختصر و دقيق
بعضي مفاهيم و قوانين فيزيك اند.

مطالب این فصل

■ نمایش بردارها

■ جمع بردارها

■ مولفه‌ها و بردارهای یکه

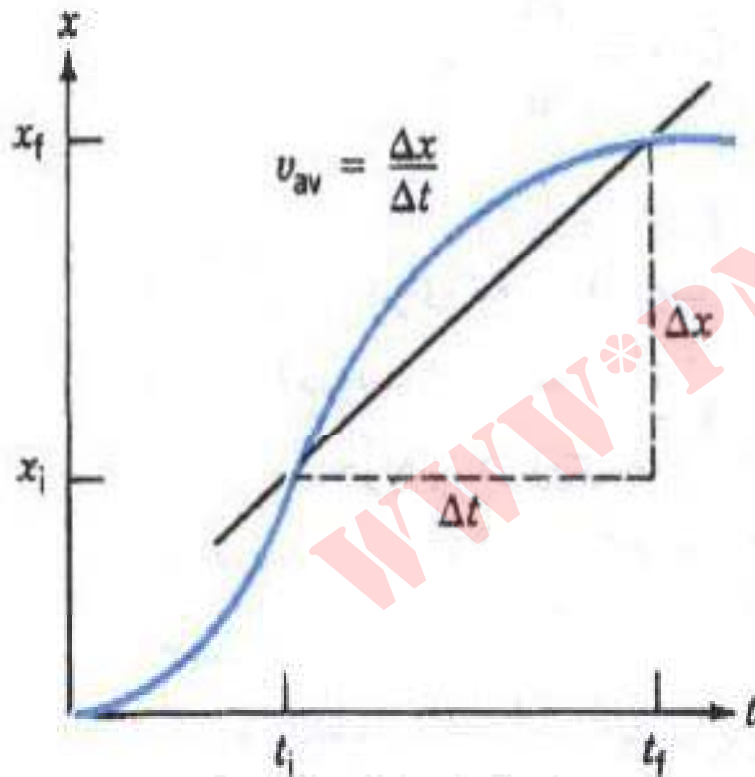
■ ضرب اسکالر

■ ضرب برداری

Payam Noor University Ebook

PNUeb

نمایش هندسی (ترسیمی)



نمودار x بر حسب t برای ذره‌ای که سرعتش یکنواخت نیست. ضریب زاویه خط واصل دو نقطه از منحنی برابر با سرعت متوسط در آن بازه زمانی است.

Payam Noor University Ebook

نکات قابل بحث:

- کمیات برداری و کمیات اسکالر

- اندازه و جهت بردار

Payam Noor University Ebook

PNUEB

...کتابخانه الکترونیک پیام نور....

جمع بردارها

جمع هندسي

■ روش دُم به سر (براي بردارهاي متوالي)

■ روش قطر متوازي الاضلاع (براي

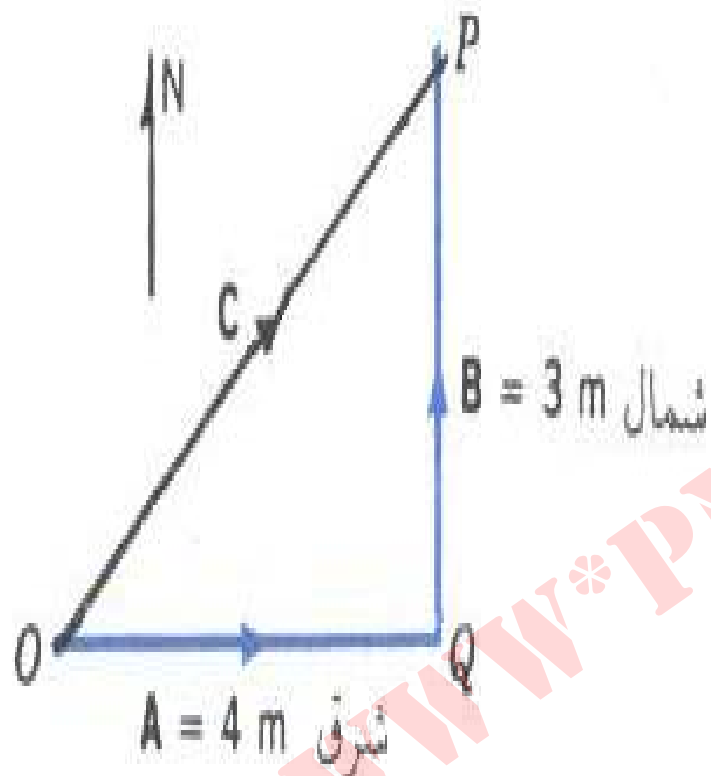
بردارهاي هم مبدأ)

$$\bar{C} = \bar{A} + \bar{B}$$

$$C = \sqrt{A^2 + B^2}$$

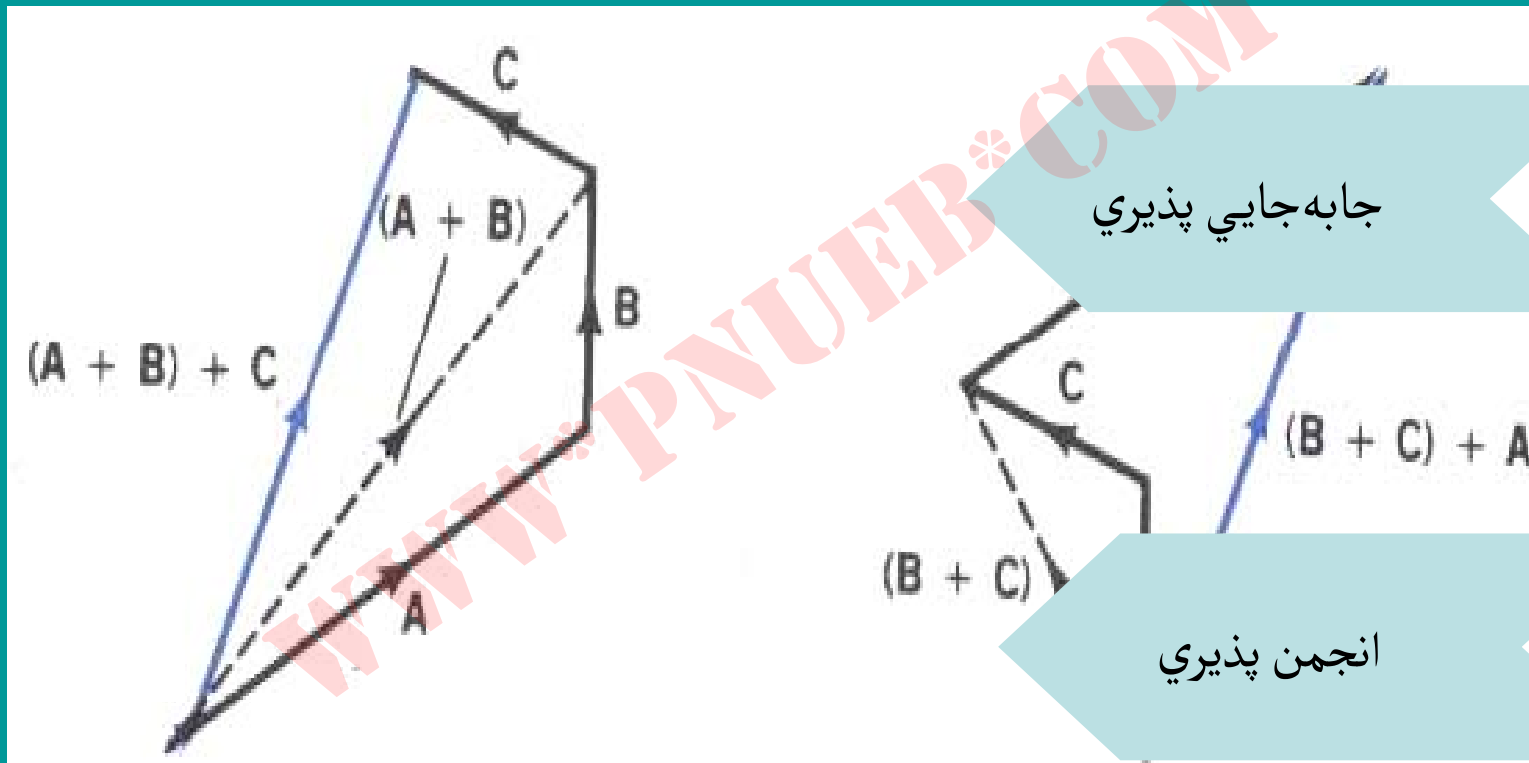
Payam Noor University Ebook

PNUEB



اثر کلی دو جایجایی A و B ، معادل
 است با یک جایجایی C ، که برابرند A و B
 است.

خواص جمع برداري

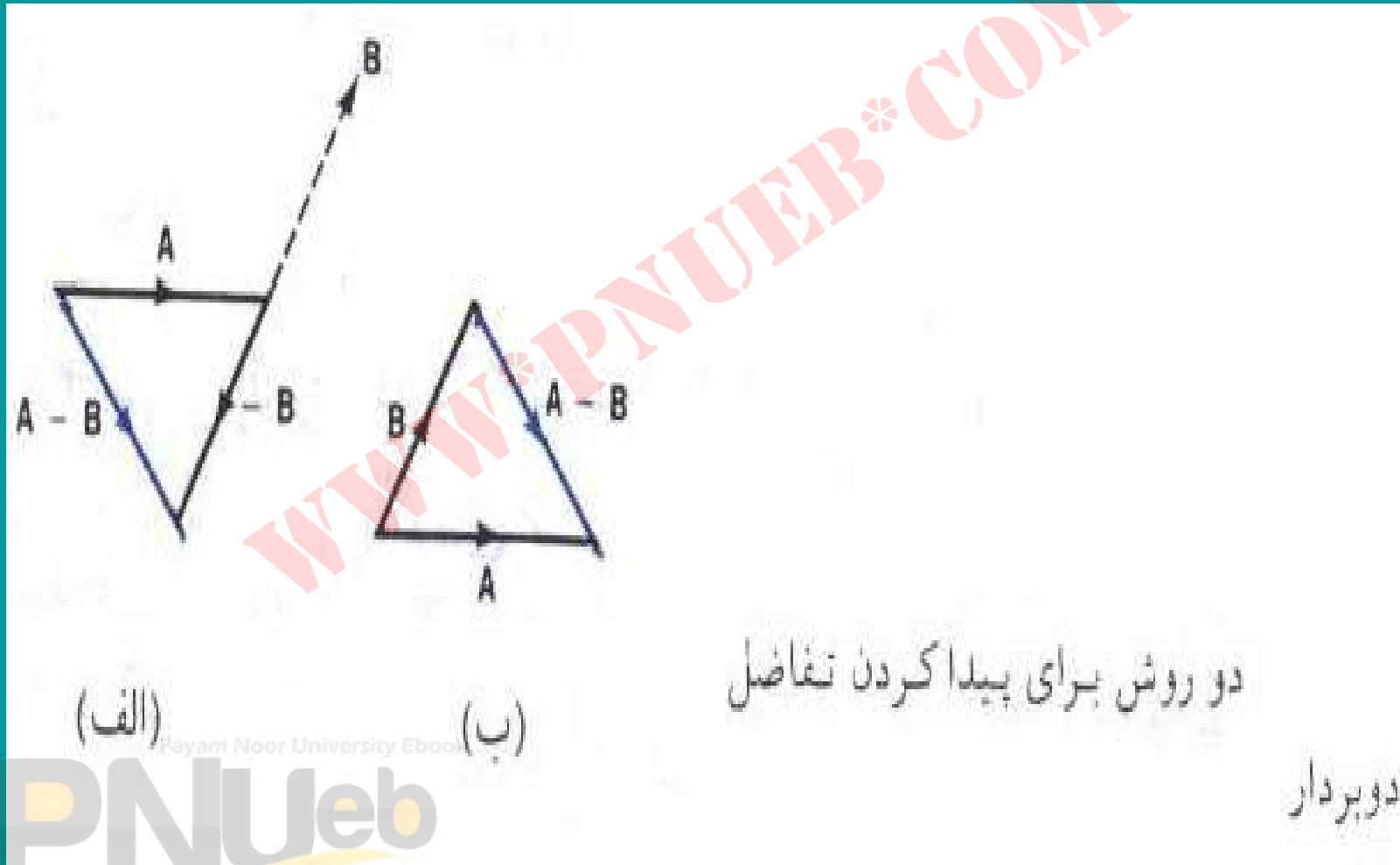


جابه جايي پذيري

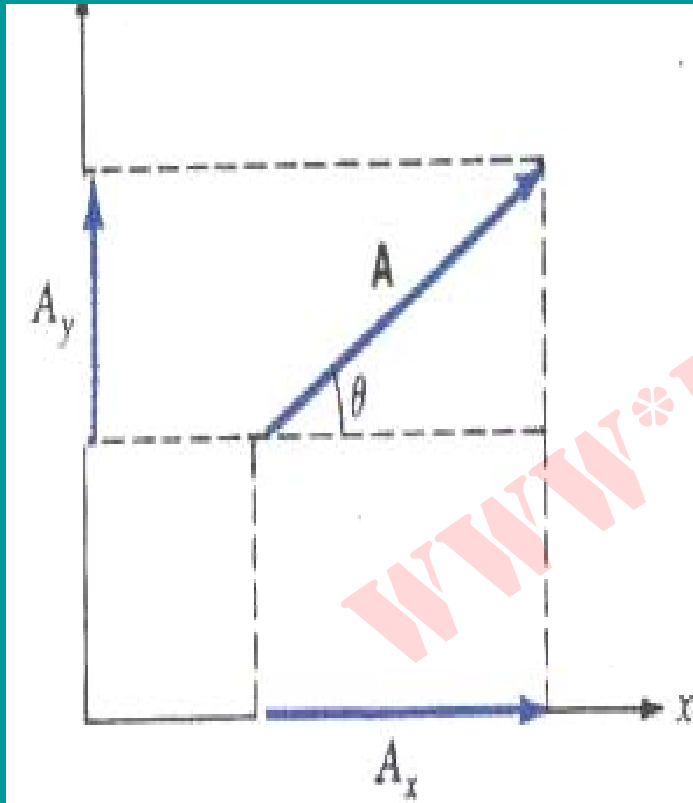
انجمن پذيري

نمایش خاصیت انجمن پذیری در جمع بردارها

تفریق برداری



مؤلفه‌های برداری



\vec{A} در A_x و A_y مؤلفه‌های بردار A در دستگاه مختصات دکارتی اند.

Payam Noor University Ebook

بردار دوبعدی با دو مؤلفه اش (A_y و

(A_x)، یا اندازه و جهت اش (θ و A)

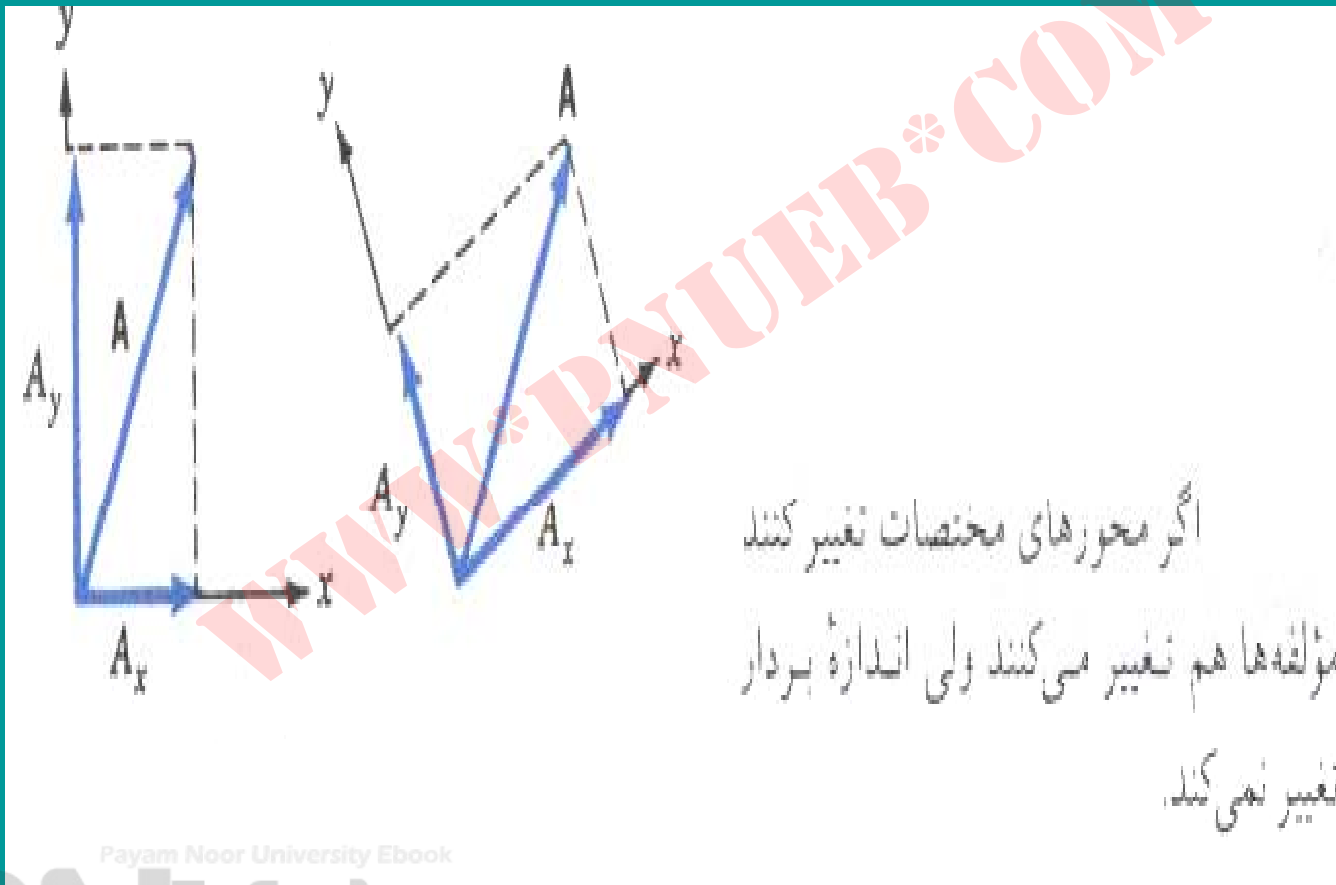
مشخص می شود.

$$\begin{cases} A_x = A \cos \theta \\ A_y = A \sin \theta \end{cases}$$

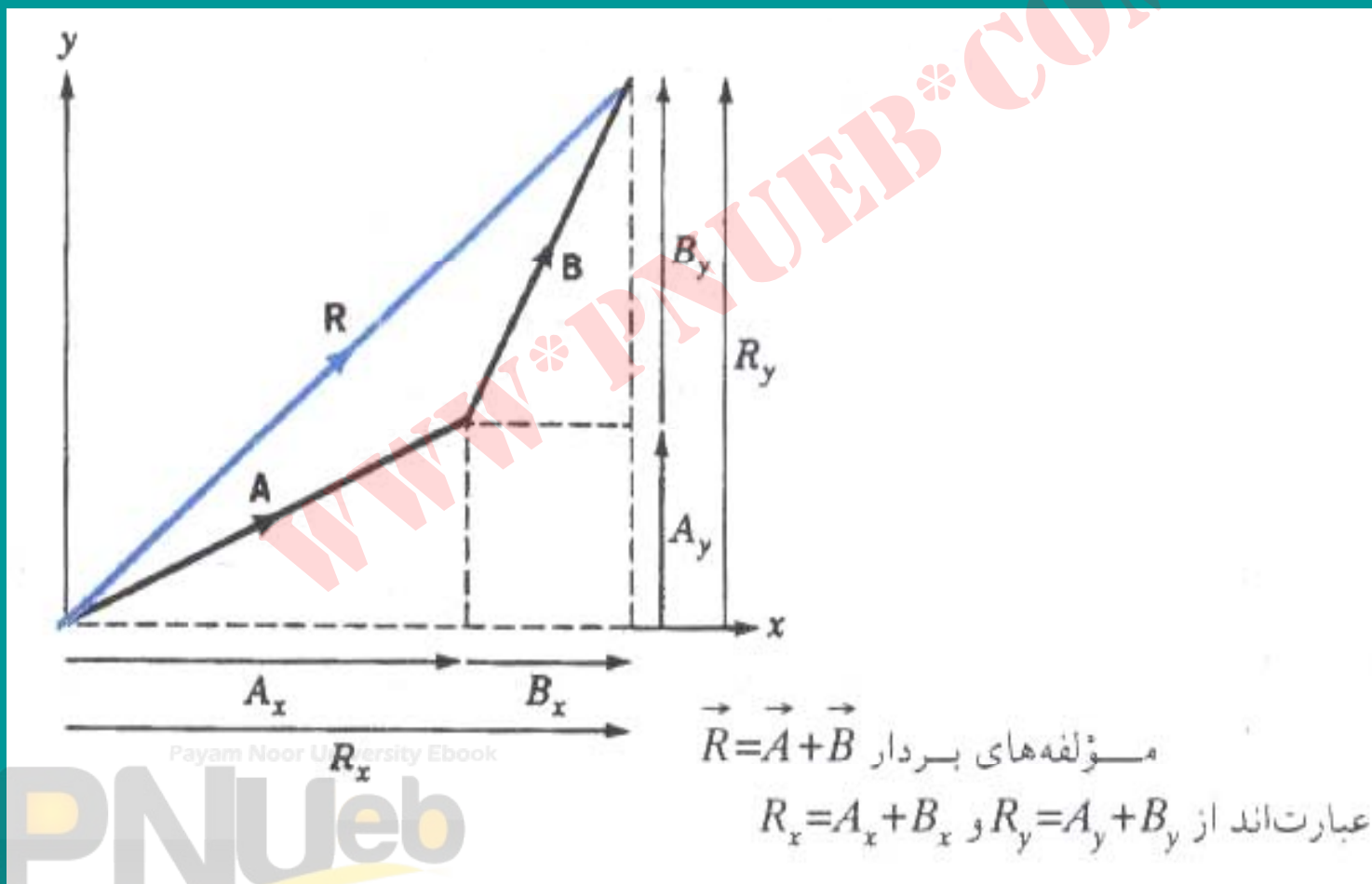
$$A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}$$

$$\tan \theta = \frac{A_y}{A_x}$$

دوران دستگاه مختصات



جمع بردارها به روش تحلیلی (با استفاده از مؤلفه‌ها)



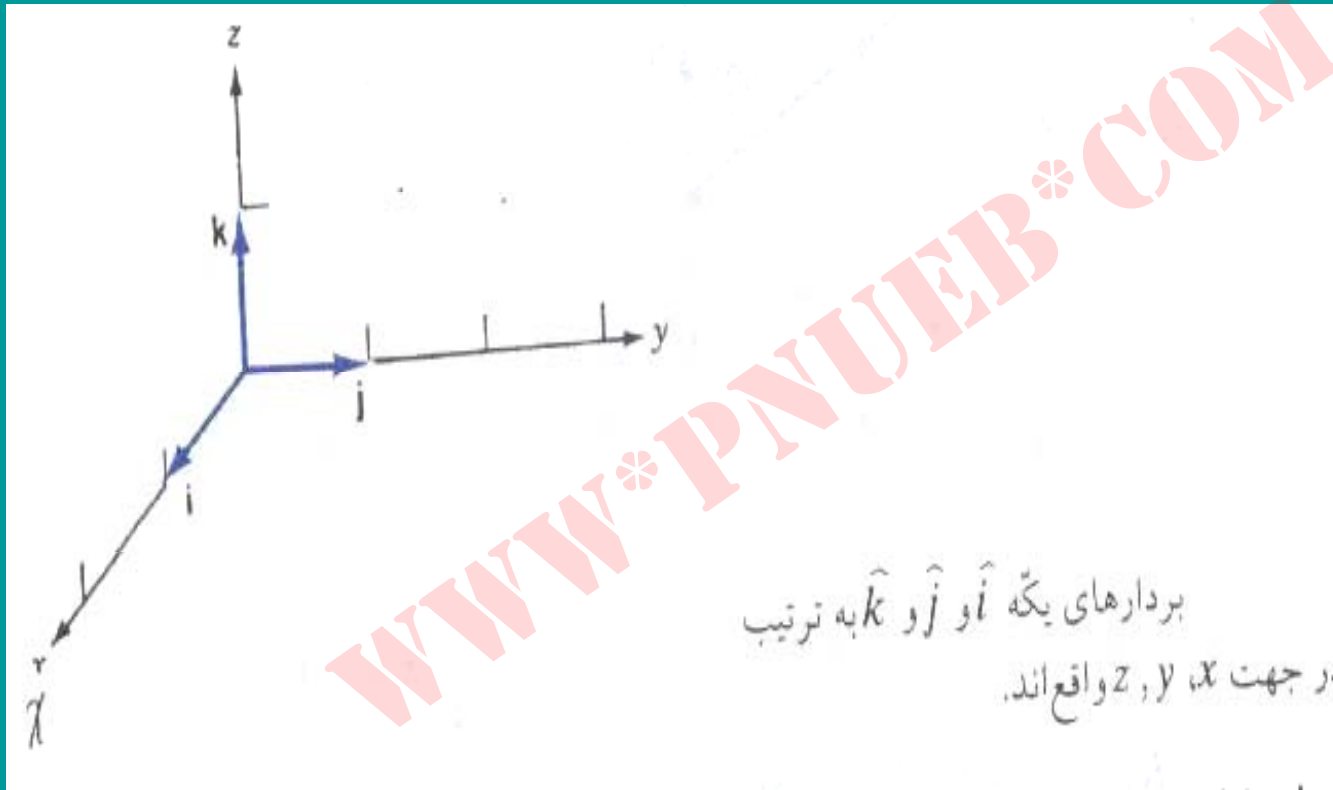
$$\vec{R} = \vec{A} + \vec{B}$$

$$\begin{cases} R_x = A_x + B_x \\ R_y = A_y + B_y \end{cases}$$

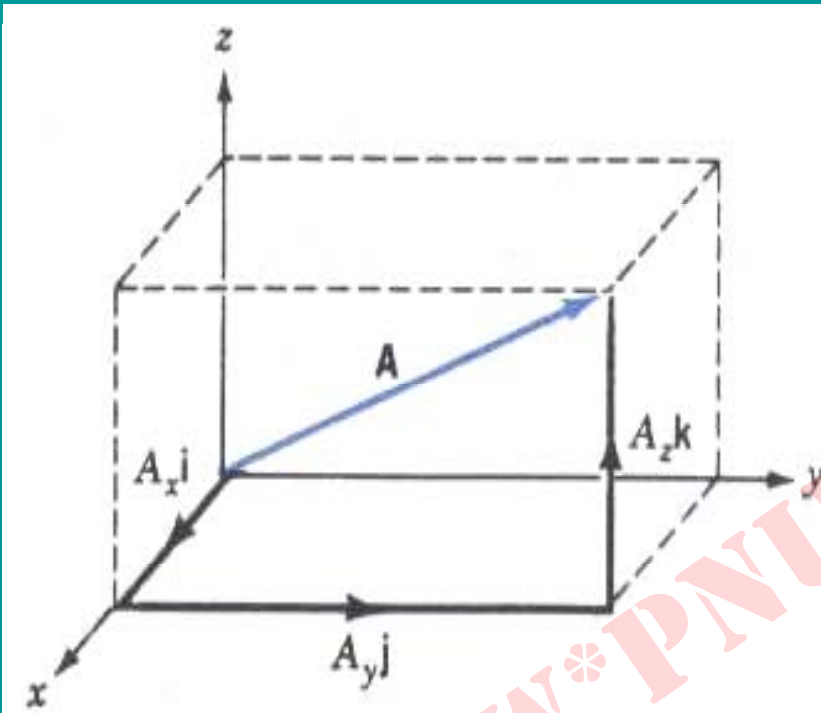
$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2}$$

$$\tan \theta = \frac{R_y}{R_x}$$

بردارهای یکه



$$\vec{A} = A_x \hat{i} + A_y \hat{j} + A_z \hat{k}$$



بردار \vec{A} می‌توانیم، با استفاده از بردارهای یکه، برحسب مؤلفه‌هایش به صورت $A = A_x \hat{i} + A_y \hat{j} + A_z \hat{k}$ نمایش بدهیم.

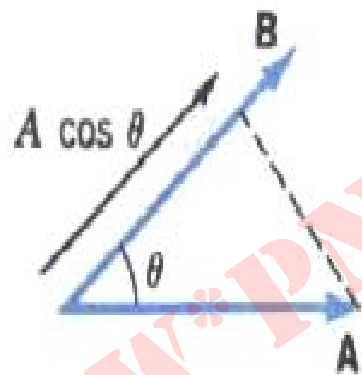
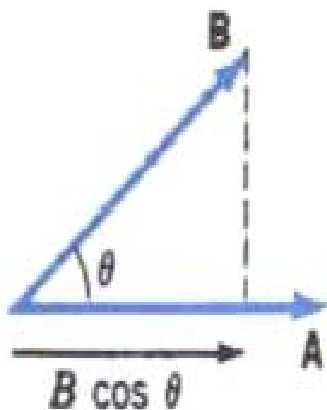
$$A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}$$

عملیات برداری با استفاده از
مؤلفه‌ها و بردارهای یکه

$$\vec{A} + \vec{B} = (A_x + B_x)\hat{i} + (A_y + B_y)\hat{j} + (A_z + B_z)\hat{k}$$

$$\vec{A} - \vec{B} = (A_x - B_x)\hat{i} + (A_y - B_y)\hat{j} + (A_z - B_z)\hat{k}$$

ضرب اسکالر



ضرب اسکالر دو بردار
 $\vec{A} \cdot \vec{B} = AB \cos \alpha$ در واقع عبارت است از
اندازه یکی از بردارها ضربدر تصویر بردار
دیگر در امتداد بردار اول.

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = AB \cos \theta$$

خواص ضرب اسكالر

$$\vec{B} \cdot \vec{A} = \vec{A} \cdot \vec{B}$$

جابجايي پذيري

$$\vec{A} \cdot (\vec{B} + \vec{C}) = \vec{A} \cdot \vec{B} + \vec{A} \cdot \vec{C}$$

توزيع پذيري

$$\hat{i} \cdot \hat{i} = \hat{j} \cdot \hat{j} = \hat{k} \cdot \hat{k} = 1$$

$$\hat{i} \cdot \hat{j} = \hat{j} \cdot \hat{k} = \hat{k} \cdot \hat{i} = 0$$

ضرب اسکالر بر حسب مولفہا

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = (A_x \hat{i} + A_y \hat{j} + A_z \hat{k}) \cdot (B_x \hat{i} + B_y \hat{j} + B_z \hat{k})$$

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z$$

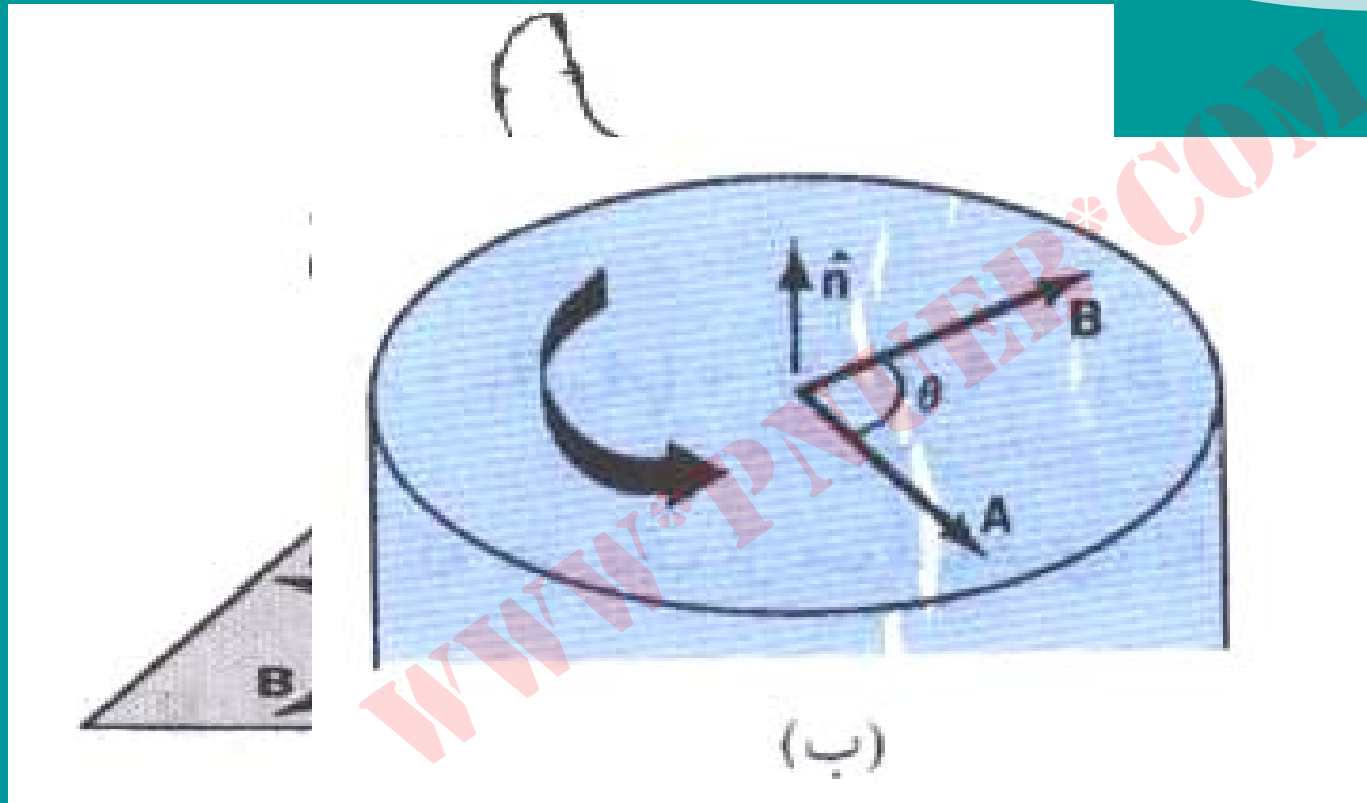
$$\vec{A} \cdot \vec{A} = A A \cos 0 = A^2 = A_x^2 + A_y^2 + A_z^2$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{A} = 2\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k} \\ \vec{B} = +4\hat{i} - 3\hat{j} \end{array} \right.$$

مثال : تعیین زاویه میان دو بردار

$$\begin{aligned} \cos\theta &= \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{AB} = \frac{A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z}{\sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2} \sqrt{B_x^2 + B_y^2 + B_z^2}} \\ &= \frac{2 \times 4 - 1 \times 3 + 0}{3 \times 5} = \frac{1}{3} \end{aligned}$$

ضرب برداری



(الف) \vec{n} (ب) با استفاده از قاعده در بظری برداری A و B با راست

$$\vec{A} \times \vec{B} = AB \sin \theta \hat{n}$$

$$\vec{B} \times \vec{A} = -\vec{A} \times \vec{B}$$

$$\vec{A} \times (\vec{B} \times \vec{C}) = \vec{A} \times \vec{B} + \vec{A} \times \vec{C}$$

Payam Noor University Ebook

PNUeb

ضرب برداري برحسب مولفه‌ها

$$\hat{i} \times \hat{i} = 0$$

$$\hat{j} \times \hat{j} = 0$$

$$\hat{k} \times \hat{k} = 0$$

$$\hat{i} \times \hat{j} = \hat{k}$$

$$\hat{j} \times \hat{i} = -\hat{k}$$

$$\hat{k} \times \hat{i} = \hat{j}$$

$$\hat{i} \times \hat{k} = -\hat{j}$$

$$\hat{j} \times \hat{k} = \hat{i}$$

$$\hat{k} \times \hat{j} = -\hat{i}$$

$$\vec{C} = (A_x \hat{i} + A_y \hat{j} + A_z \hat{k}) \times (B_x \hat{i} + B_y \hat{j} + B_z \hat{k})$$

$$= (A_x B_y \hat{k} - A_x B_z \hat{j}) + (A_y B_x \hat{k} + A_y B_z \hat{i}) + (A_z B_x \hat{j} - A_z B_y \hat{i})$$

$$\vec{C} = C_x \hat{i} + C_y \hat{j} + C_z \hat{k}$$

$$= (A_y B_z - A_z B_y) \hat{i} + (A_z B_x - A_x B_z) \hat{j}$$

$$\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$$

مسائل فصل دوم

$$\left(\hat{i} + \hat{j} + \hat{k} \right)$$

۱. بردار یکه هم جهت با $\left(\hat{i} + \hat{j} + \hat{k} \right)$ را تعیین کنید .

۲. دو بردار \vec{A} و \vec{B} (با اندازه های غیر صفر) باید چه وضعیتی داشته

باشند تا $\vec{A} \cdot \vec{B}$ برابر با هر یک از کمیت های زیر باشد:

(الف) AB (ب) $-AB$ (ج) صفر (د) $\frac{AB}{2}$ ؛

(ه) $\frac{AB}{2}$ پاسخ های خودتان را با نمودار برداری نشان بدهید.

$$3. \text{ دو بردار } \vec{C} = 4\hat{i} + 3\hat{j} + \hat{k} (m) \text{ و } \vec{D} = 2\hat{i} - 3\hat{j} + 5\hat{k} (m)$$

را در نظر بگیرید .

$$\vec{S} = \vec{C} - \vec{D} \quad (\text{الف})$$

، S (ب) ، و \hat{S} (ج) را تعیین کنید.

$$4. \text{ دو بردار } \vec{A} = 2\hat{i} - 3\hat{j} + \hat{k} \text{ و } \vec{B} = -4\hat{i} + \hat{j} - 5\hat{k}$$

$$\vec{A} - 2\vec{B} + \frac{1}{3}\vec{C}$$

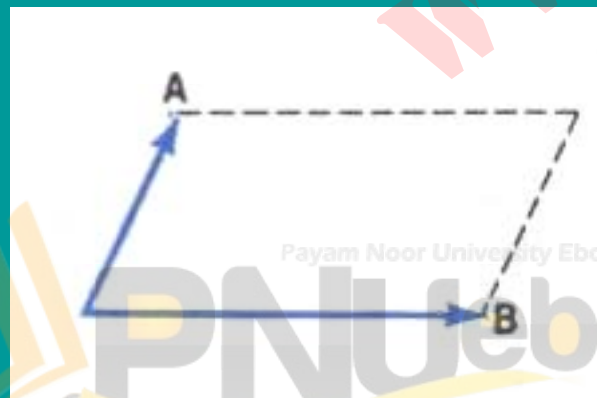
را در نظر بگیرید . بردار \vec{C} را چنان تعیین کنید که باشد.

۵. اگر زاویه میان بردار \vec{A} و هریک از محورهای X و Y و Z به ترتیب α و β و γ باشد ، نشان بدهید که این روابط زیر بدست می آیند:

$$\cos \alpha = \frac{\vec{A} \cdot \vec{i}}{A}, \quad \cos \beta = \frac{\vec{A} \cdot \vec{j}}{A}, \quad \cos \gamma = \frac{\vec{A} \cdot \vec{k}}{A}$$

اگر $\vec{A} = 3\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$ باشد ، اندازه هریک از این زوایا جقدر است ؟

۶. نشان بدهید که مساحت متوازی الاضلاعی به اضلاع \vec{A} و \vec{B} (شکل \vec{A} و \vec{B})



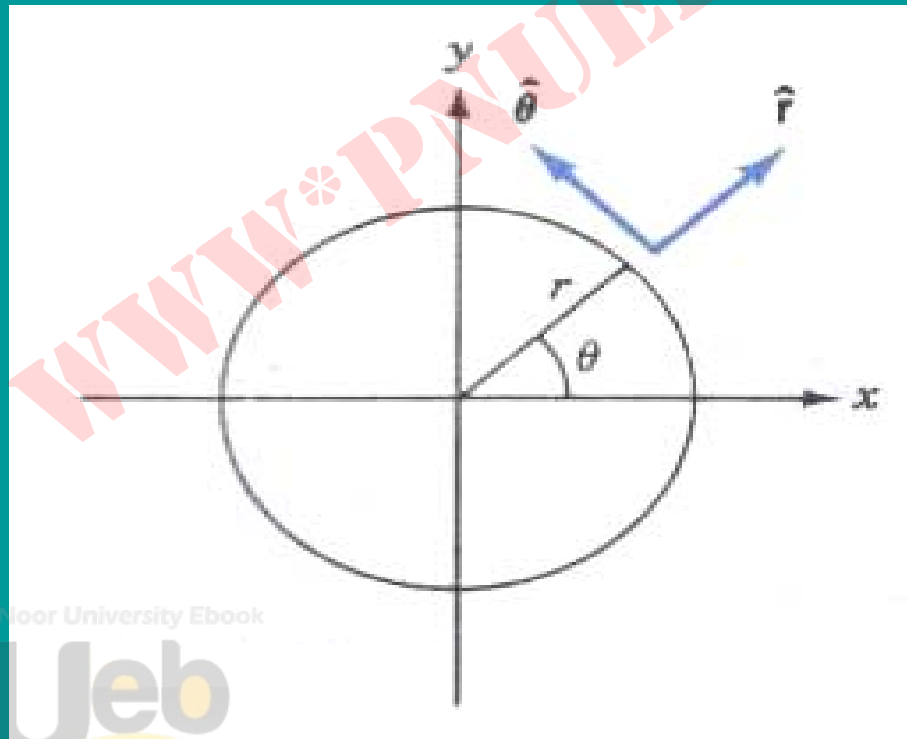
زیر (برابر است با $|\vec{A} \cdot \vec{B}|$)

۷. در شکل زیر، بردارهای یکه دستگاه مختصات قطبی را با \hat{r} (درجهت

شعاع) و $\hat{\theta}$ (در جهت عمود بر شعاع) مشخص کرده ایم. نشان بدهید که

این بردارها طبق روابط زیر با بردارهای یکه دکارتی مربوط می شوند:

$$\hat{r} = \cos \theta \hat{i} + \sin \theta \hat{j}, \quad \hat{\theta} = -\sin \theta \hat{i} + \cos \theta \hat{j}$$



Payam Noor University Ebook

PNUJeb

فصل سوم: حرکت یک بعدی

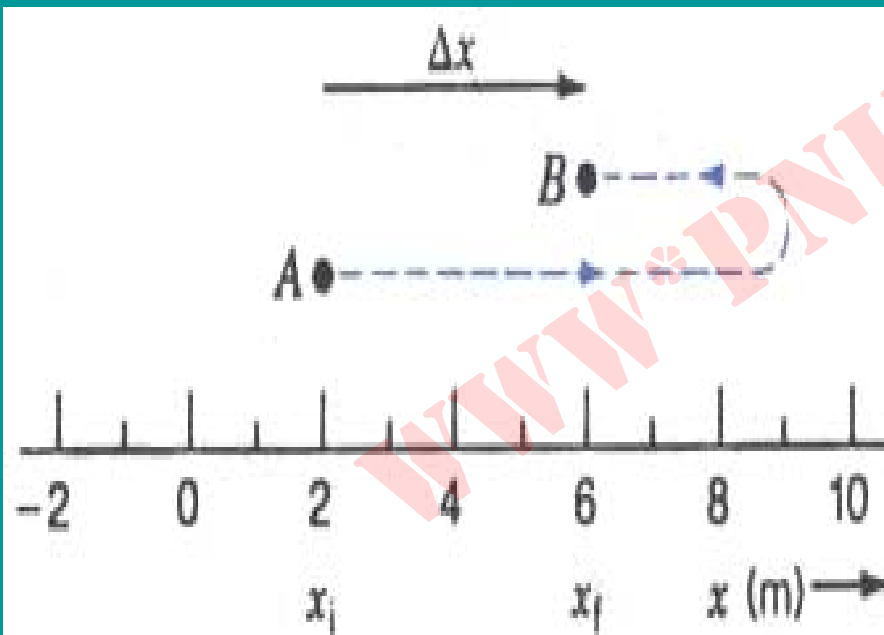
مطالب این فصل

- سینماتیک ذره
 - جابه جایی و سرعت
 - سرعت لحظه ای
 - شتاب
 - استفاده از مساحت ها
 - معادلات حرکت با شتاب ثابت
 - سقوط آزاد در راستای قائم
 - سرعت حد

Payam Noor University Ebook

PNUEB

جابه جايي



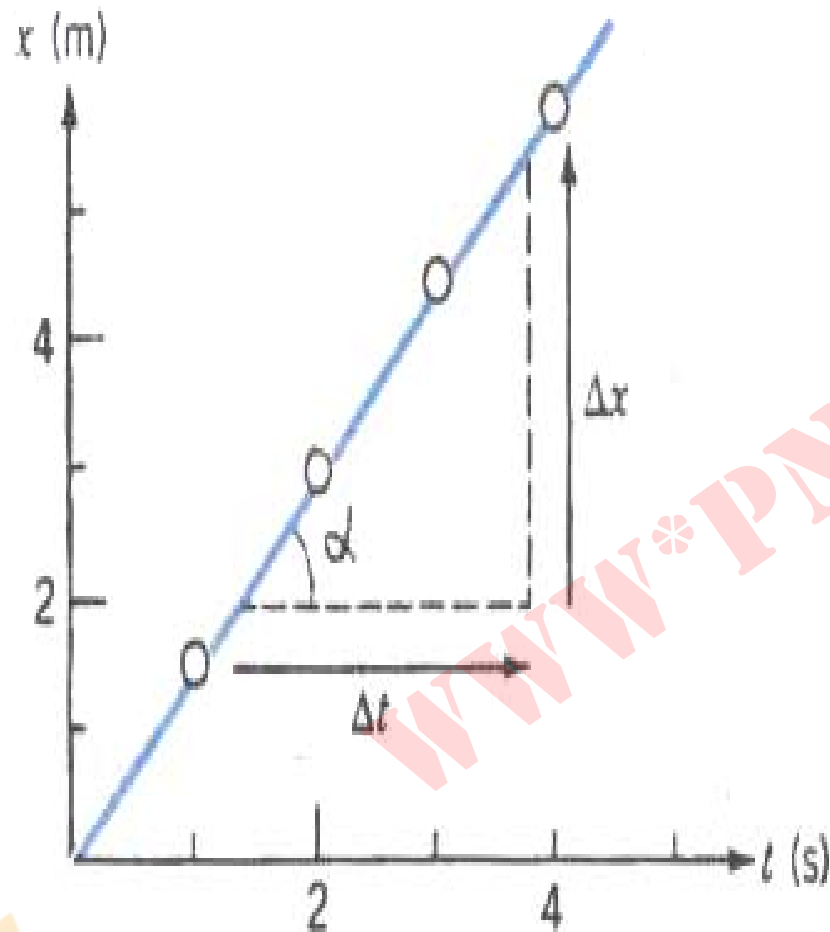
ذره بر هر طرفی که از A به B برود،
جابجایی اش برابر با $x_f - x_i = \Delta x$ است.

سرعت (آهنگ تغيير مسافت)

$$\text{سرعت متوسط} = \frac{\text{مسافت طی شده}}{\text{زمان سپری شده}}$$

$$\text{سرعت متوسط} = \frac{\text{جابه جایی}}{\text{زمان سپری شده}}$$

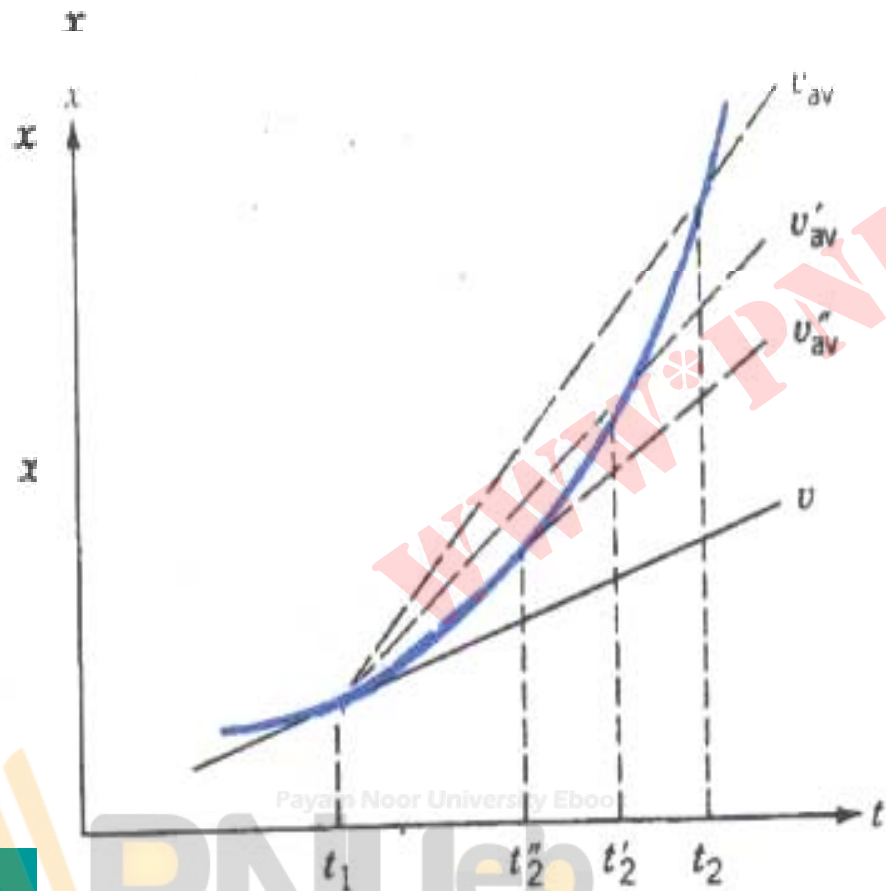
$$\text{سرعت متوسط} = \frac{x_f - x_i}{t_f - t_i} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$



نمودار مکان - زمان برای ذره‌ای که با سرعت ثابت حرکت می‌کند خط راستی است که شیب یا ضریب زاویه‌اش برابر با مقدار سرعت است.

Payam Noor University Epub

سرعت لحظه‌ای



سرعت لحظه‌ای در لحظه t_1 برابر با
 مماس ضریب زاویه مماس بر منحنی در همین لحظه
 است.

شتاب (آهنگ تغییر سرعت)

$$\text{شتاب متوسط} = \frac{\text{تغییر سرعت}}{\text{مدت زمان}}$$

شتاب متوسط

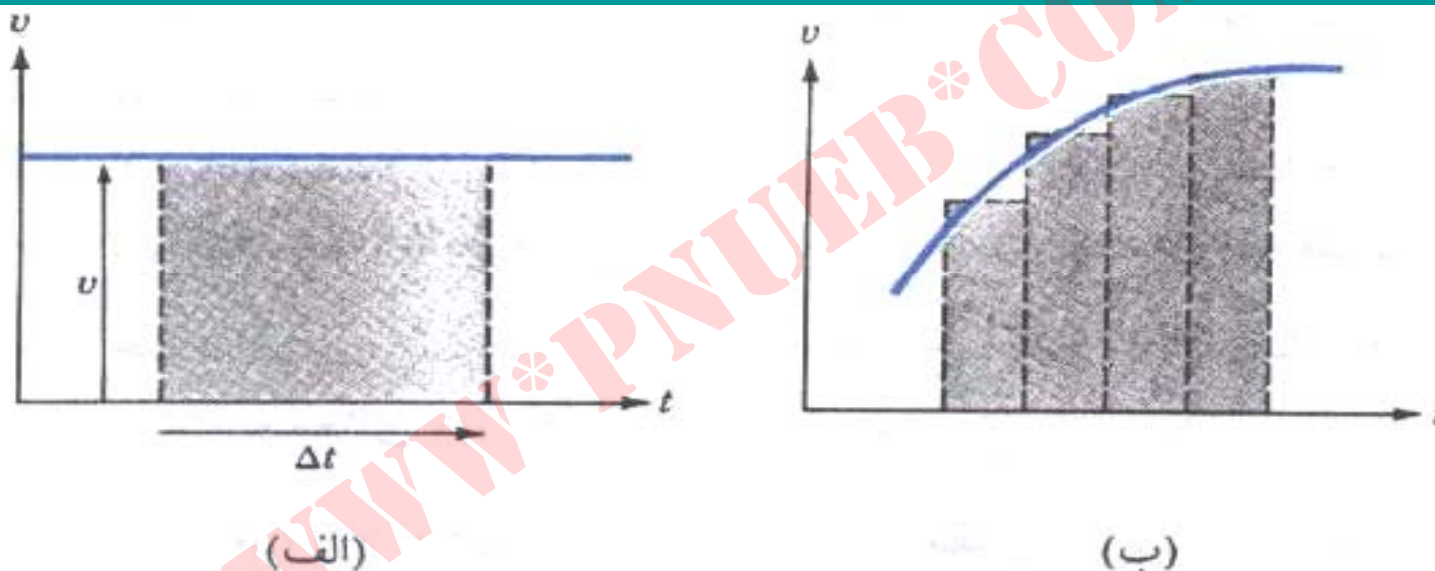
$$a = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt}$$

شتاب لحظه‌ای

Payam Noor University Ebook

PNUeb

استفاده از مساحت‌ها



(الف) در حرکت با سرعت ثابت، جابجایی در زمان Δt برابر با $v\Delta t$ است. این حاصل ضرب در واقع مساحت زیر منحنی سرعت - زمان در مدت Δt است. (ب) وقتی سرعت ثابت نباشد مساحت واقعی را می‌شود به تقریب برابر با جمع مساحت‌های تعدادی مستطیل در نظر گرفت.

معادلات حرکت با شتاب ثابت

$$a = \frac{d v}{d t} \Rightarrow d v = a d t$$

$$\int_{v_0}^v d v = a \int_0^t d t$$

$$V = V_0 + a t$$

به همین ترتیب :

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

با حذف t از معادلات بالا:

$$V^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0)$$

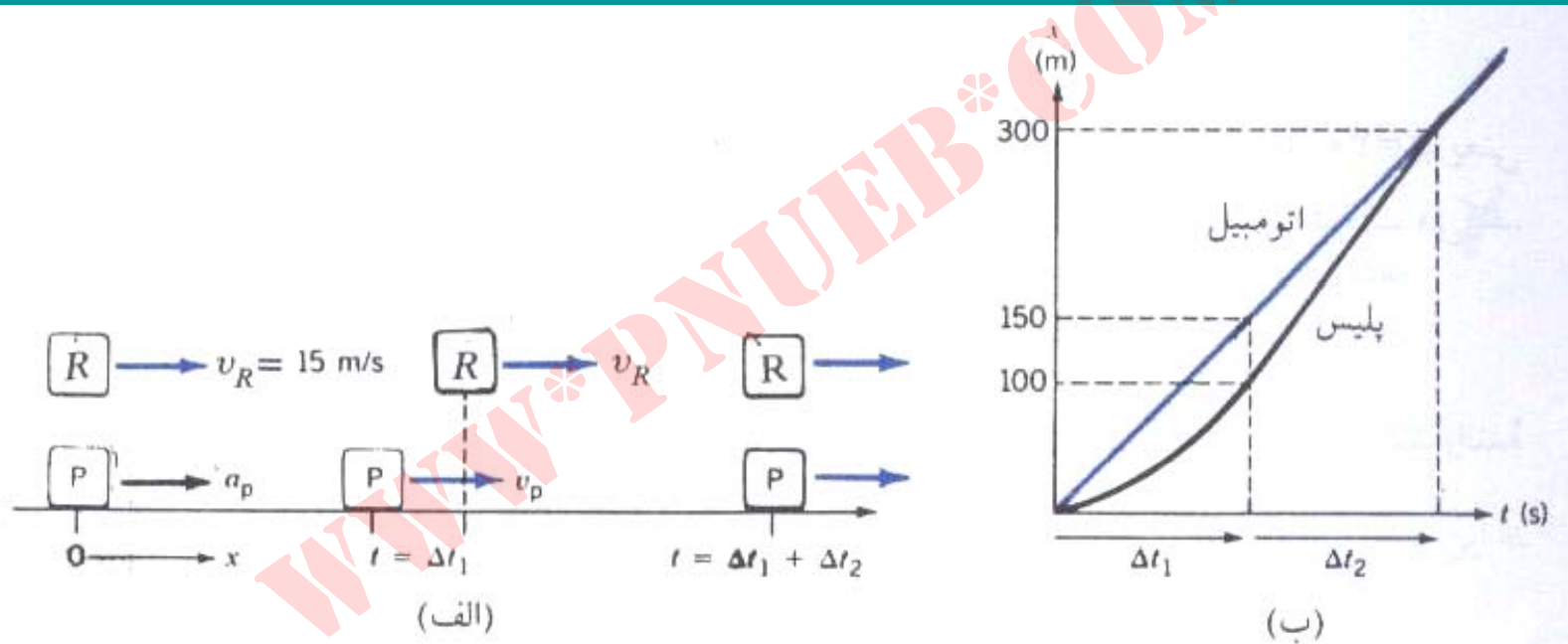
Payam Noor University Ebook

PNUeb

...کتابخانه الکترونیک پیام نور....

تمرین

اتومبیلی با سرعت ثابت 15 m/s در حرکت است و بی آنکه سرعتش را کم کند از محدوده مدرسه‌ای عبور می‌کند. پلیس موتور سواری که کنار خیابان متوقف است درست در لحظه‌ای که اتومبیل از جلوی او رد می‌شود. شروع به تعقیب آن می‌کند؛ ابتدا با شتاب 2 m/s^2 سرعت موتور سیکلت را به 20 m/s می‌رساند و بعد با همین سرعت ثابت به تعقیب ادامه می‌دهد. اگر راننده متخلف سرعتش را اصلاً کم یا زیاد نکند پس از طی چه مسافتی و در



(الف) طرحی از وضعیت‌های اتومبیل و موتورسیکلت در مراحل تعقیب شتابدار و بی‌شتاب.

(ب) حل نموداری. خط راست مربوط به حرکت اتومبیل و منحنی سهموی مربوط به حرکت موتورسیکلت است.

سقوط آزاد در راستای قائم



$$v = v_0 - gt$$

$$y = y_0 + \frac{1}{2}(v_0 + v)t$$

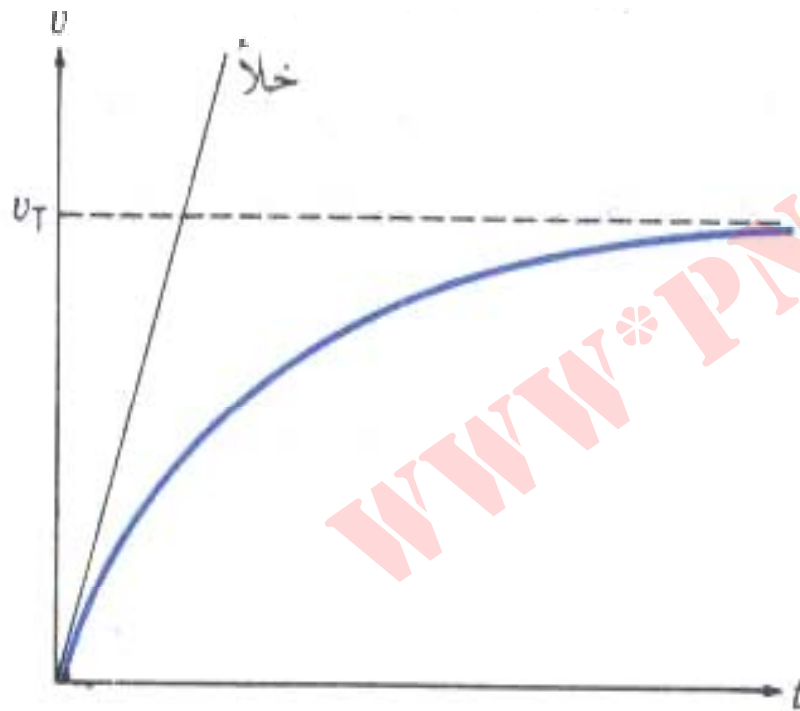
$$y = y_0 + v_0 t - \frac{1}{2} g t^2$$

$$v^2 = v_0^2 - 2g(y - y_0)$$

Payam Noor University Ebook

PNUeb

سرعت حد



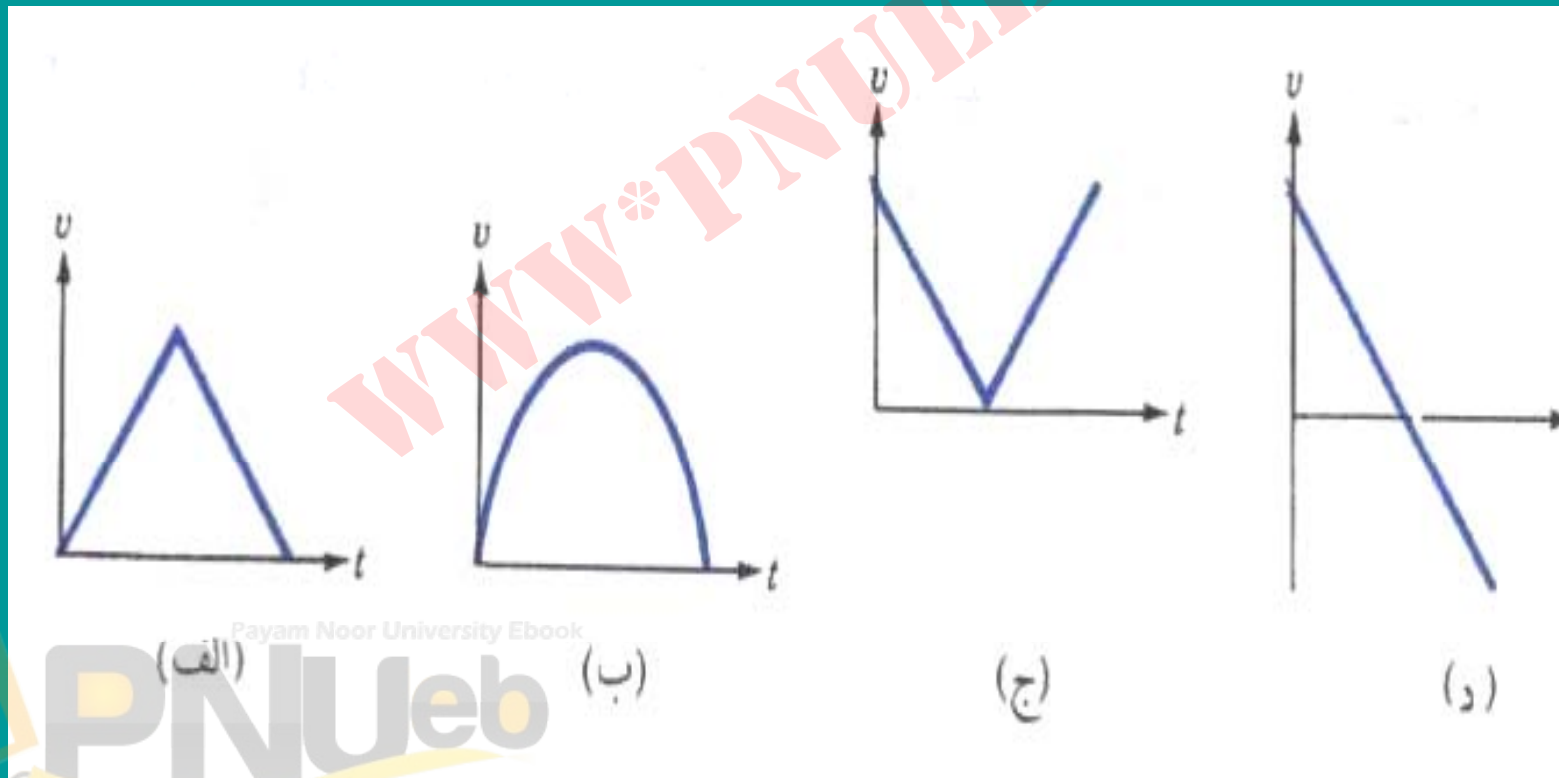
در حضور مقاومت هوا، سرعت جسمی که در حال سقوط است به یک مقدار حدی می‌رسد.

Payam Noor University Ebook

PNUEB

مسائل فصل سوم

۱. در غياب مقاومت هوا ، گلوله اي در راستاي قائم به بالا پرتاب مي شود و پس از رسيدن به نقطه اوج به زمين برمي گردد. کدام يك از نمودارهاي شكل زير سرعت اين حرکت را بر حسب زمان بخوبي توصيف مي کند ؟



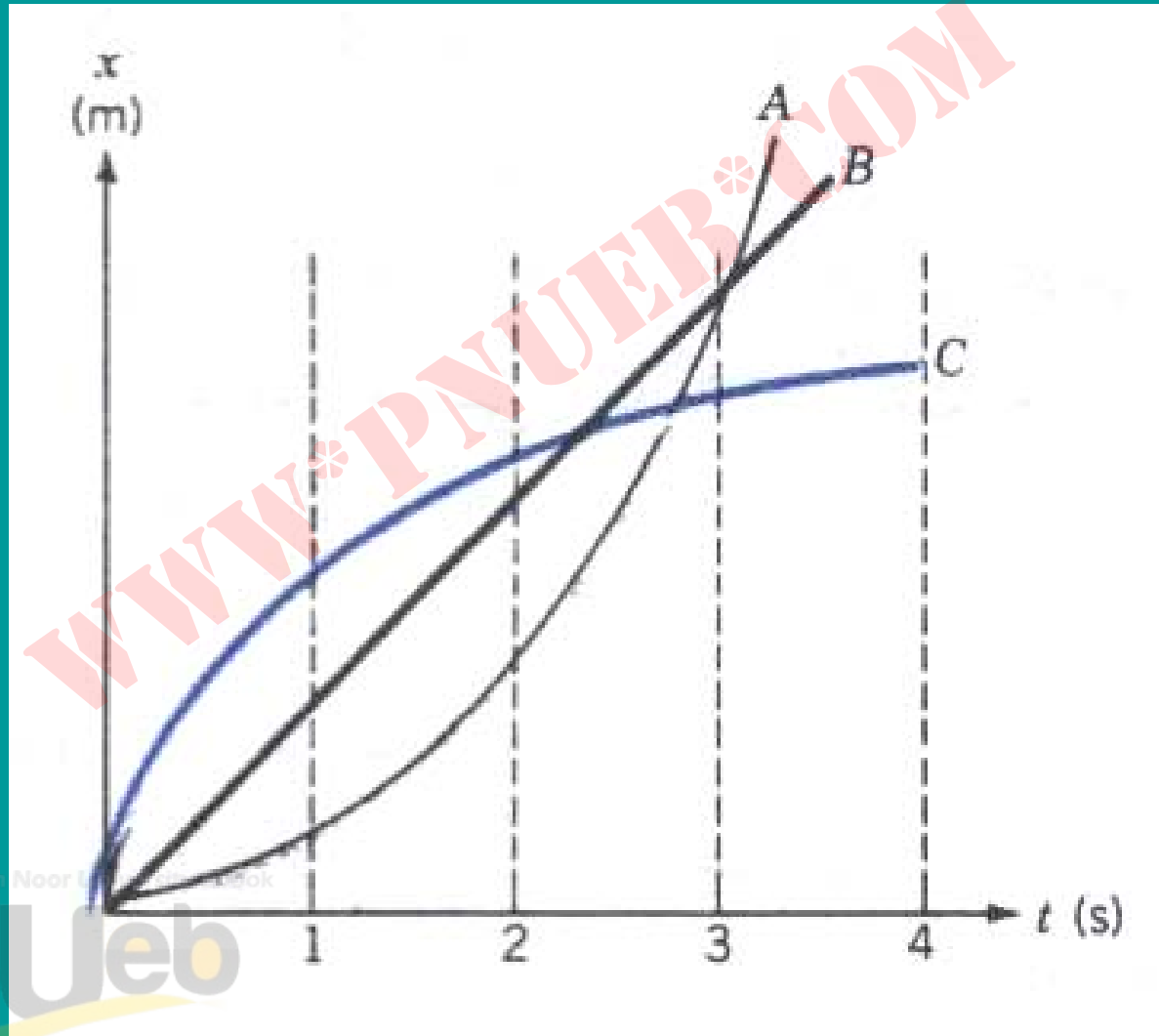
Payam Noor University Ebook

(الف) (ب) PNUweb

(ج)

(د)

۲. شکل زیر منحنی حرکت سه جسم را برحسب زمان نشان می‌دهد (الف)
 در لحظه $t = 1s$ سرعت کدامی یک بیشتر است؟ (ب) تا آخر ثانیه دوم
 کدامیک مسافت بیشتری را طی کرده است؟ (ج) وقتی A به C می‌رسد ،
 آیا سرعت B بیشتر از سرعت A است یا کمتر از آن؟ (د) آیا در هیچ
 زمانی سرعت A برابر با سرعت B می‌شود؟ اگر می‌شود در چه زمانی؟



۳. مکان ذره ای بر حسب زمان با معادله $x = 4 - 5t + 3t^2$ بیان می شود ، که x بر حسب m و t بر حسب ثانیه است. (الف) سرعت لحظه ای و شتاب لحظه ای در $t=3s$ چقدر است ؟ (ب) در چه زمانی این ذره ساکن است ؟

۴. قطاری به طول $44m$ در ایستگاه متوقف است و جلوی آن $100m$ با چراغ راهنمای ایستگاه فاصله دارد. اگر این قطار به حرکت دربیاید و با آهنگ ثابت $5 m/s^2$ شتاب بگیرد ، (الف) چقدر طول می کشد تا به تمامی از جلو چراغ عبور کند ؟ (ب) سروته قطار هر یک با چه سرعتی از جلوی چراغ می گذرند ؟

۵. يك موشك بازيچه‌اي با سرعت ثابت 20 m/s در حال صعود است. وقتي اين موشك به ارتفاع 24 m از سطح زمين رسیده است ، اتصال يك از پيچهايش (كه قبلاً شل بوده) بكلي با آن قطع مي‌شود. (الف) اين پيچ حداكثر تا چه ارتفاعي از زمين اوج مي‌گيرد ؟ و (ب) با چه سرعتي به زمين مي‌خورد ؟

۶. قطار A به طول 1 km با سرعت ثابت 50 m/s در حرکت است. قطار B

به طول 0.5 km که روی ریلها مجاور توقف کرده است، به محض آنکه ته

قطار A از سر آن عبور کرد شروع به حرکت می کند و با شتاب 3 m/s^2

سرعتش را زیاد می کند. سرعت B حداکثر می تواند به 60 m/s برسد.

(الف) چقدر طول می کشد تا قطار B از قطار A جلو بزند. (یعنی انتهای B

از ابتدای A بگذرد)؟ (ب) در این مدت A چه مسافتی را طی کرده است؟

فصل چهارم: لختي و حرکت دوبعدي

مطالب این فصل:

- قانون اول نیوتون
- حرکت دوبعدي
- حرکت پرتابه‌ها
- حرکت دایره‌ای یکنواخت
- چارچوب‌های مرجع لخت
- سرعت نسبی
- تبدیل گالیله‌ای
- حرکت دایره‌ای غیریکنواخت

Payam Noor University Ebook

PNUEB

قانون اول نیوتون

- تعریف لختی
- بیان قانون اول
- منظور از “هیچ نیرو”

جسمی که هیچ نیروی خالصی به آن وارد نشود یا ساکن می ماند یا با سرعت ثابت حرکت می کند. (در هر صورت شتابش صفر است)

حرکت با شتاب ثابت در دو یا سه بعد

$$\bar{v} = v_0 + at$$

$$r = r_0 + \frac{1}{2}(v_0 + \bar{v})t$$

$$r = r_0 + \frac{1}{2}(v_0 + \bar{v})t$$

$$v^2 - v_0^2 = 2a \cdot (r - r_0)$$

در مورد حرکت دوبعدی ، معادلات برداری

بالا معادل با ۸ معادله جبری اند:

$$v_x = v_{ox} + a_{xt}$$

$$v_y = v_{oy} + a_{yt}$$

$$x = x_0 + \frac{1}{2} (v_{ox} + v_x) t$$

$$y = y_0 + \frac{1}{2} (v_{oy} + v_y) t$$

Payam Nour University Ebook

PNUeb

$$x = x_0 + v_{0x}t + \frac{1}{2}a_x t^2$$

$$y = y_0 + v_{0y}t + \frac{1}{2}a_y t^2$$

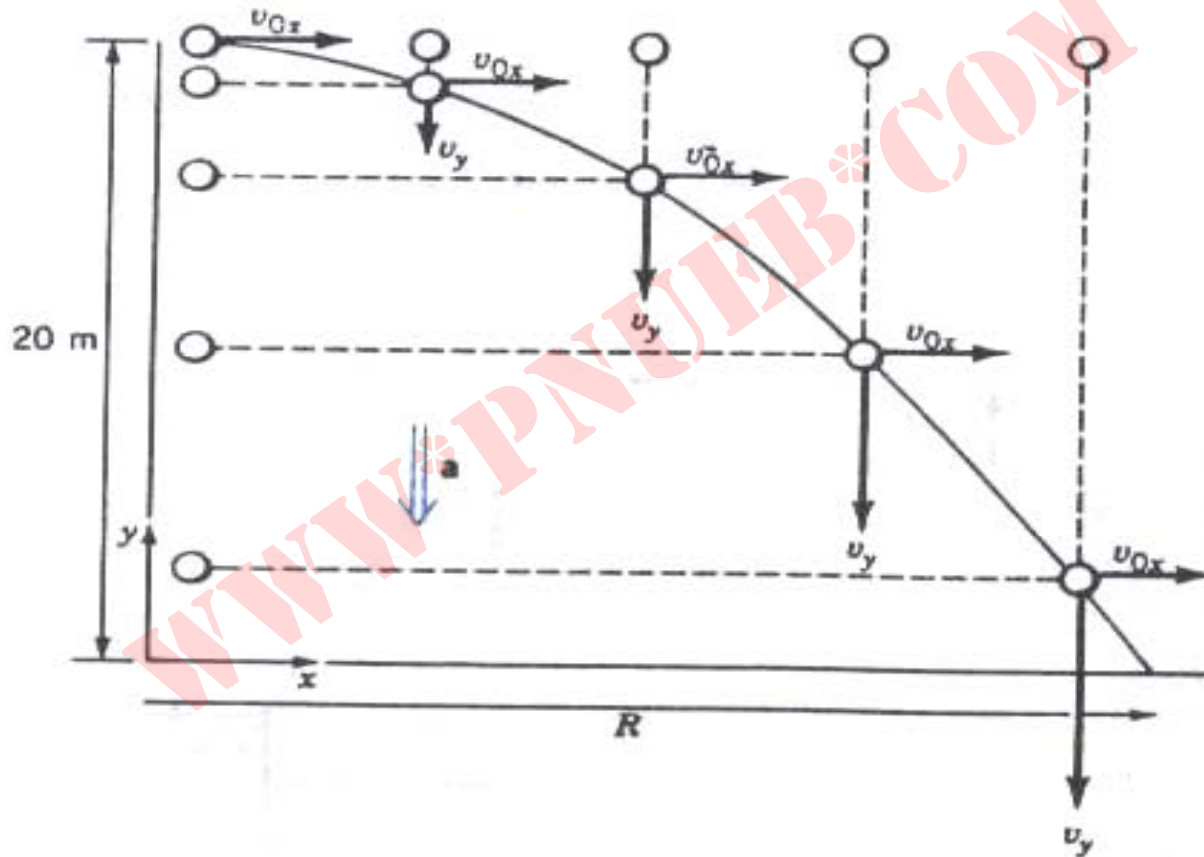
$$v_x^2 = v_{0x}^2 + 2a_x(x - x_0)$$

$$v_y^2 = v_{0y}^2 + 2a_y(y - y_0)$$

Payam Noor University Ebook

PNUeb

حرکت پرتابه



Payam Noor University Ebook
حرکت افقی پرتابه با سرعت ثابت، و حرکت قائم آن (به شرط ناچیز بودن مقاومت هوا) با شتاب ثابت صورت می گیرد.

حرکت در راستای افقی

$$\begin{cases} v_x = v_{ox} \\ x = v_{ox} t \end{cases}$$

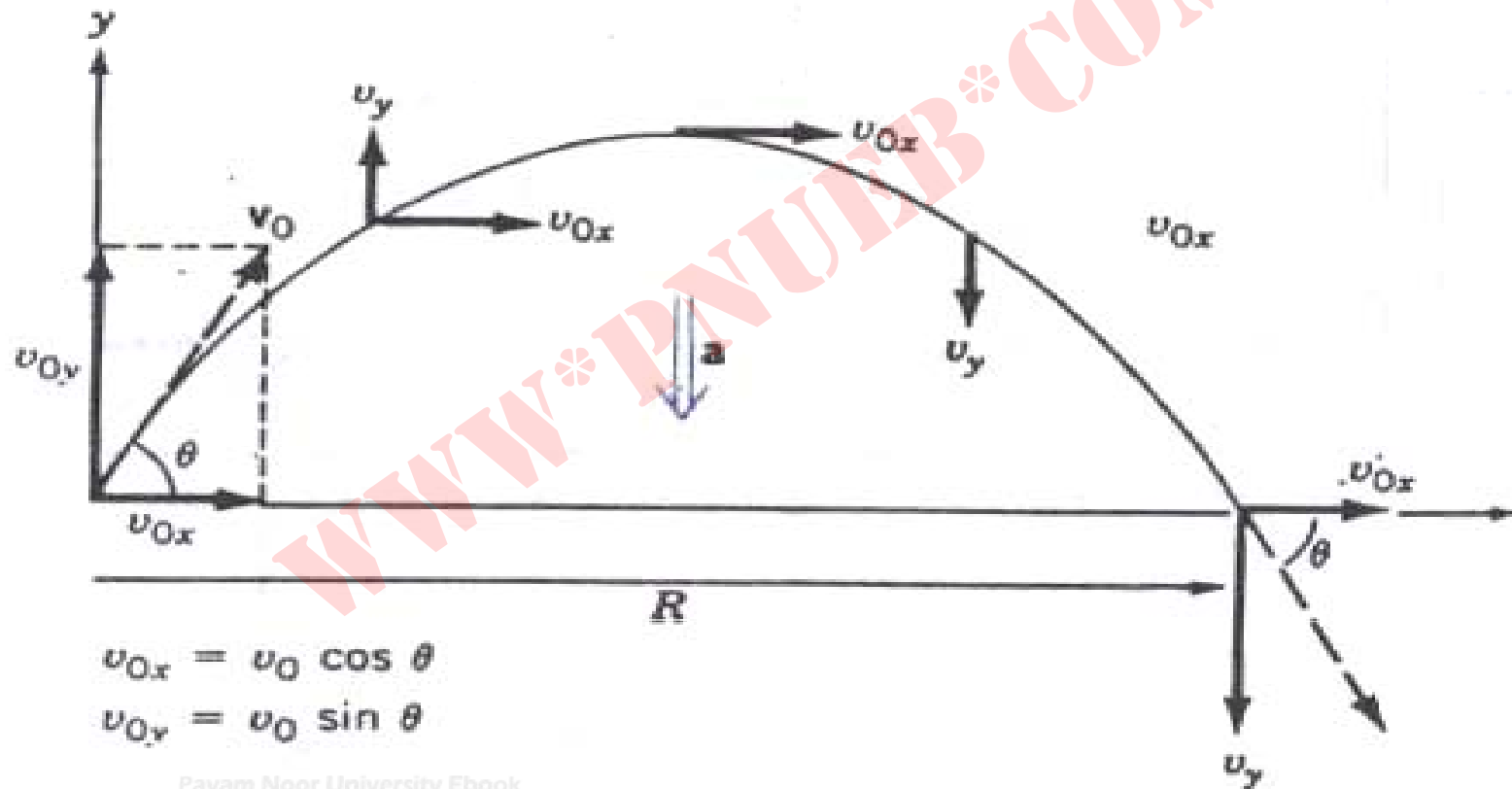
حرکت در راستای قائم

$$\begin{cases} u_y = v_{oy} - g t \\ y = y_o + v_{oy} t - \frac{1}{2} g t^2 \\ v_y^2 = v_{oy}^2 - 2 g (y - y_o) \end{cases}$$

Payam Noor University Ebook

PNUeb

محاسبه برد پرتابه



Payam Noor University Ebook

در غیاب مقاومت هوا، مسیر پرتابه به شکل سهمی است.

$$x = (v_0 \cos \theta) t$$

$$y = (v_0 \sin \theta) t - \frac{1}{2} g t^2$$

$$(پرواز) t = T = \frac{2v_0 \sin \theta}{g}$$

$$R = \frac{(v_0 \cos \theta)(2v_0 \sin \theta)}{g} = \frac{v_0^2 \sin 2\theta}{g}$$

Payam Noor University Ebook

PNUeb

معادله مسیر پرتابه

$$x = (v_0 \cos \theta) t$$

$$y = (v_0 \sin \theta) t - \frac{1}{2} g t^2$$

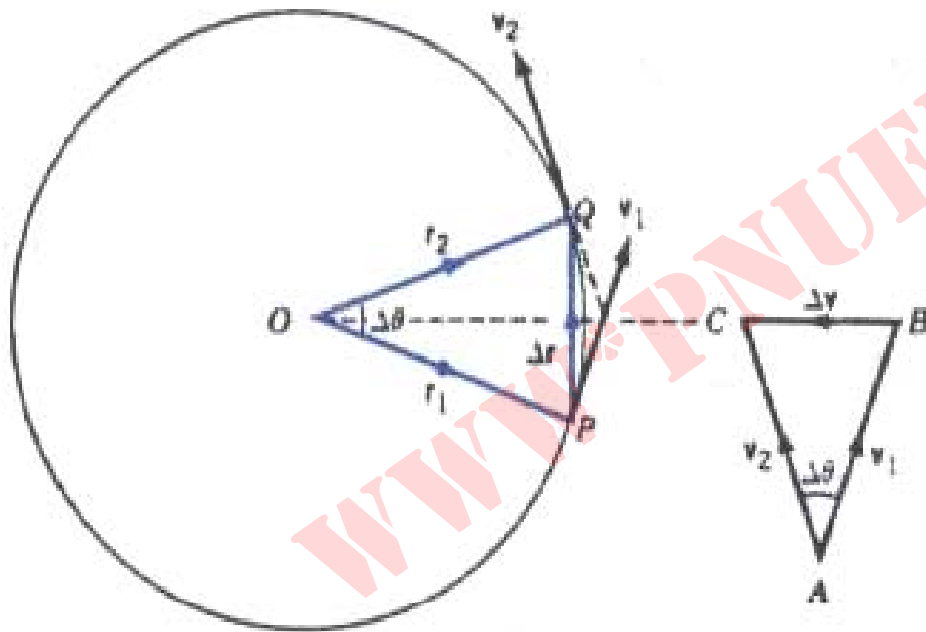
با حذف t از معادلات بالا:

$$y = (\tan \theta) x - \frac{g}{2(v_0 \cos \theta)^2} x^2$$

Payam Noor University Ebook

PNUeb

حرکت دایره‌ای یکنواخت



حرکت دایره‌ای یکنواخت، دو مثلثی که از بردارهای مکان (\vec{r}) و بردارهای

سرعت (\vec{v}) ساخته می‌شوند متشابه‌اند.

Payam Noor University Ebook

PNUEB

$$\frac{\Delta r}{r} = \frac{\Delta v}{v} \Rightarrow \Delta v = \frac{v}{r} \Delta r$$

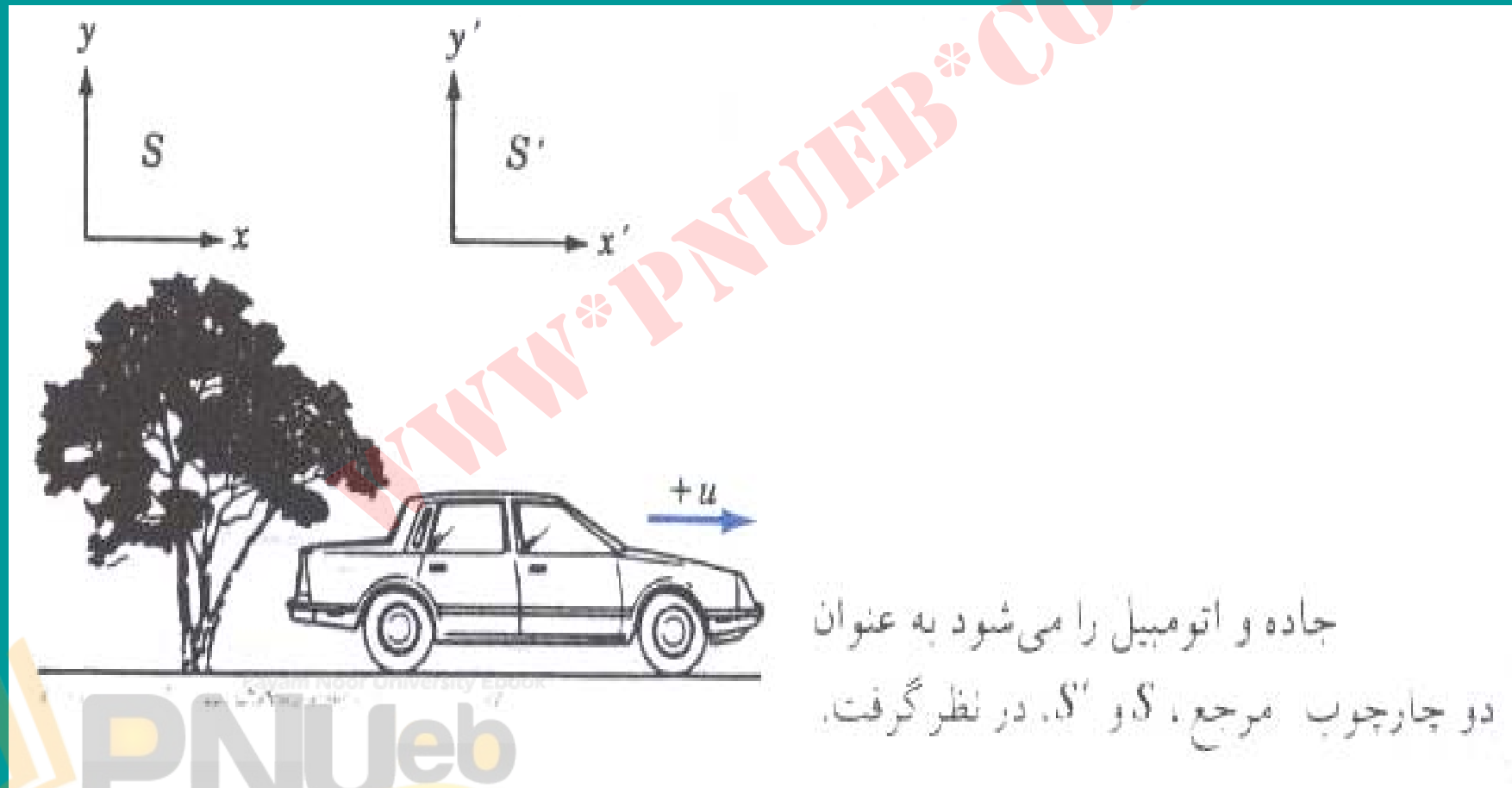
$$a = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = v^2 / r$$

$$a_r = \frac{v^2}{r}$$

Payam Noor University Ebook

PNUeb

چارچوب‌های مرجع تخت

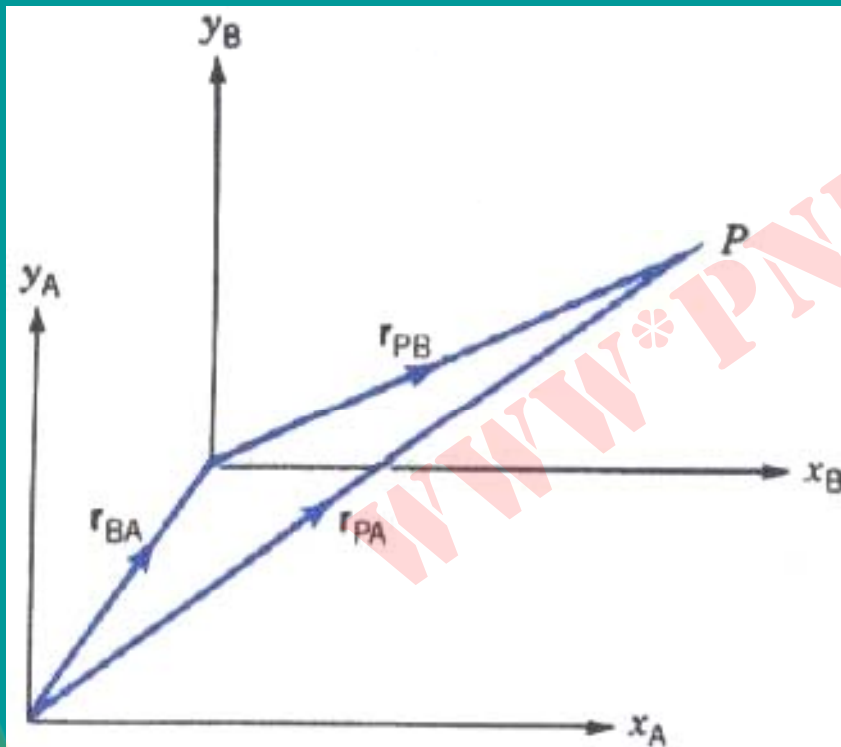


جاده و اتومبیل را می‌شود به عنوان دو چارچوب مرجع، S و S' ، در نظر گرفت.

چارچوب مرجعي که در ان قانون اول نيوتون
صادق باشد ، مثل همين S يا S' ، چارچوب
مرجع لخت ناميده مي شود. چنين چارچوبي
در واقع با استفاده از قانون اول تعريف مي شود:
در چارچوب مرجع لخت ، جسمي که تحت اثر
هيچ نيروي بر ايندي نباشد يا ساکن مي ماند يا
با سرعت ثابت حرکت مي کند.

هر چارچوبي كه نسبت به يك
چارچوب لخت با سرعت ثابت در حرکت باشد ،
خودش هم يك چارچوب لخت است. اگر
شتاب ذره اي در يك چارچوب لخت صفر
باشد ، در تمام چارچوبهاي لخت ديگر هم
صفر است.

سرعت نسبي



بردارهای مکان ذره P در دو
چارچوب A و B با رابطه $\vec{r}_{PA} = \vec{r}_{PB} + \vec{r}_{BA}$
به هم مربوط اند که در آن بردار مکان B
نسبت به A است.

Payam Noor University Ebook

PNUweb

$$\vec{r}_{PA} = \vec{r}_{PB} + \vec{r}_{BA}$$

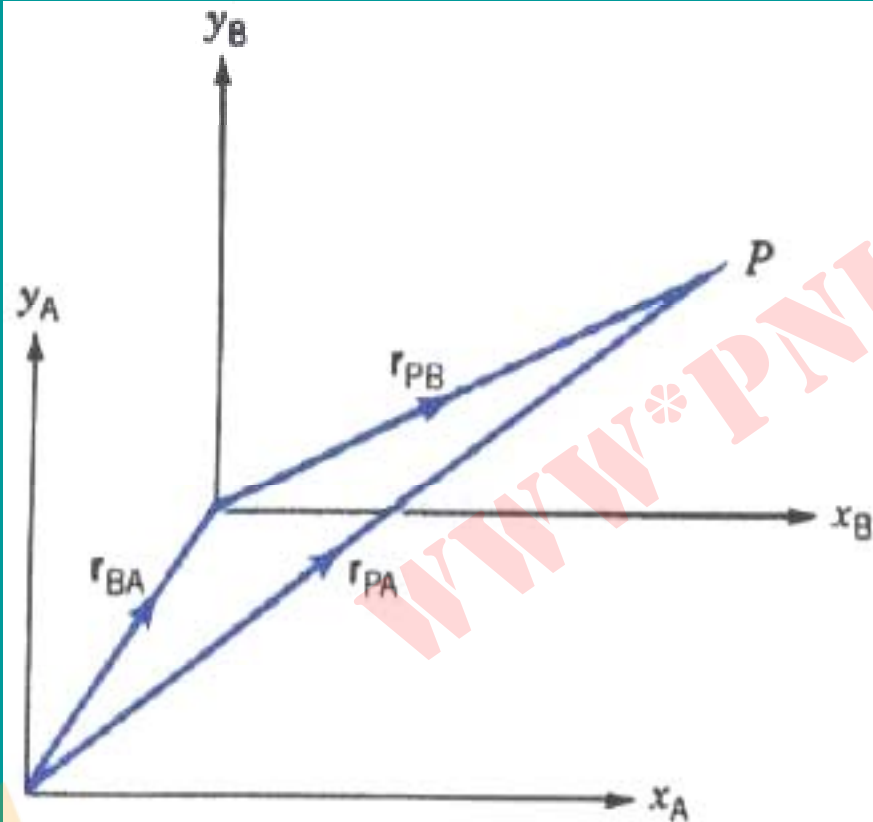
$$\vec{v}_{PA} = \vec{v}_{PB} + \vec{v}_{BA}$$

$$\vec{v}_{AB} = -\vec{v}_{BA}$$

Payam Noor University Ebook

PNUeb

تبدیل گالیله‌ای



بردارهای مکان ذره P در دو
چارچوب A و B با رابطه $\vec{r}_{PA} = \vec{r}_{PB} + \vec{r}_{BA}$
به هم مربوط اند که در آن بردار مکان B
نسبت به A است.

Payam Noor University Ebook

PNUeb

$$r' = r - ut$$

$$x' = x - ut \quad y' = y \quad z' = z \quad t' = t$$

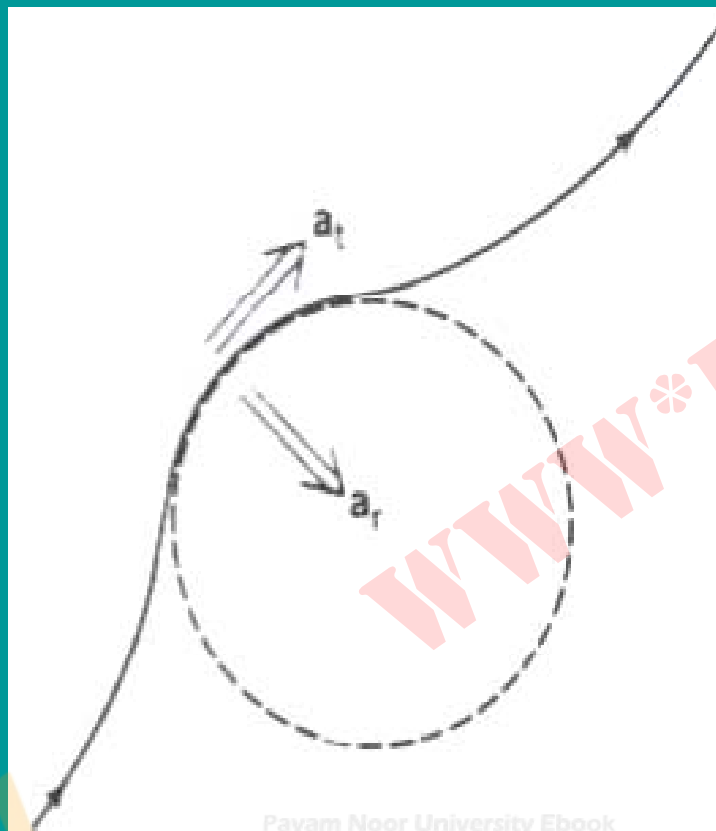
$$v' = v - u$$

$$a = a'$$

Payam Nour University Ebook

PNUeb

حرکت دایره‌ای غیر یکنواخت



وقتی ذره‌ای در یک مسیر منحنی
با سرعت غیر ثابت حرکت می‌کند، شتاب آن
شامل مؤلفه شعاعی و مؤلفه مماسی است.

Payam Noor University Ebook

PNUeb

$$a_r = \frac{v^2}{r}$$

$$a_t = \frac{dv}{dt}$$

$$\vec{a} = \vec{a}_r + \vec{a}_t$$

$$a = \sqrt{a_r^2 + a_t^2}$$

مسائل فصل چهارم

$$\mathbf{r} = (3t^2 - 2t)\mathbf{i} - t^3\mathbf{j}$$

۱. مکان ذره ای برحسب زمان به صورت

بیان می شود (\mathbf{r} برحسب متر و t برحسب ثانیه است). (الف) سرعت

ذره را در $t=2\text{s}$ ، (ب) شتاب ذره را در $t=4\text{s}$ و (ج) شتاب متوسط ذره را

بین لحظات $t = 1\text{s}$ و $t = 3\text{s}$ پیدا کنید.

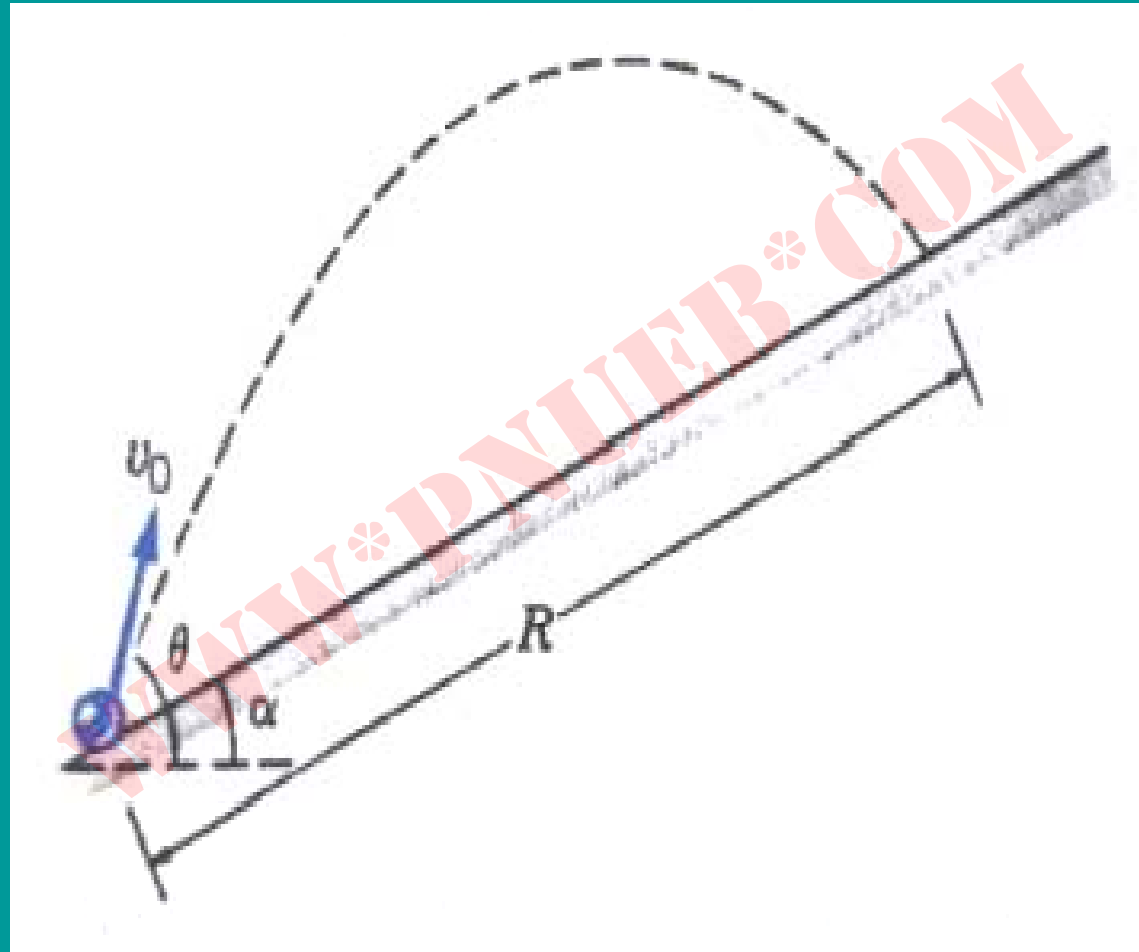
۲. هواپیمایی تحت زاویه 37° زیر افق به طرف زمین شیرجه می‌رود و وقتی ارتفاع آن از سطح زمین به 200 m می‌رسد بسته‌ای را رها می‌کند. اگر این بسته 4 s در هوا باشد، (الف) سرعت هواپیما و (ب) برد افقی بسته را پیدا کنید.

۳. آب با سرعت 18 m/s از دهانه یک لوله آتش نشانی خارج می‌شود. ماموری که روی نردبانی به فاصله افقی 30 m از ساختمان محل حریق ایستاده است باید لوله را تحت چه زوایایی نسبت به افق بگیرد تا آب به پنجره‌ای که در همان ارتفاع سر لوله واقع شده است برسد؟

۴. فرض کنید سرعت چرخش زمین به دور خودش انقدر زیاد شود که شتاب نقطه ای واقع بر استوای آن به مقدار g برسد. در این صورت مدت يك «روز» چقدر خواهد شد؟

۵. باران با سرعت ثابت 10 m/s در جهت قائم می بارد. اتوبوسی با سرعت 20 m/s در حرکت است. قطره‌های باران با چه سرعتی و با چه زاویه ای (نسبت به افق) به شیشه جلوی اتوبوس برخورد می کنند؟

۶. پرتابه‌ای با سرعت اولیه v_0 و تحت زاویه θ نسبت به افق، روی سطح



شیب‌داری به زاویه α

نشان بدهید که برد

۷. صحت این گفته گالیله را که « برد افقی پرتابه به ازای زوایای پرتاب

یکی است » اثبات کنید .

$$\theta_2 = 45 + \alpha \quad \text{و} \quad \theta_1 = 45 - \alpha$$

فصل پنجم: دینامیک ذره

هدف کلی

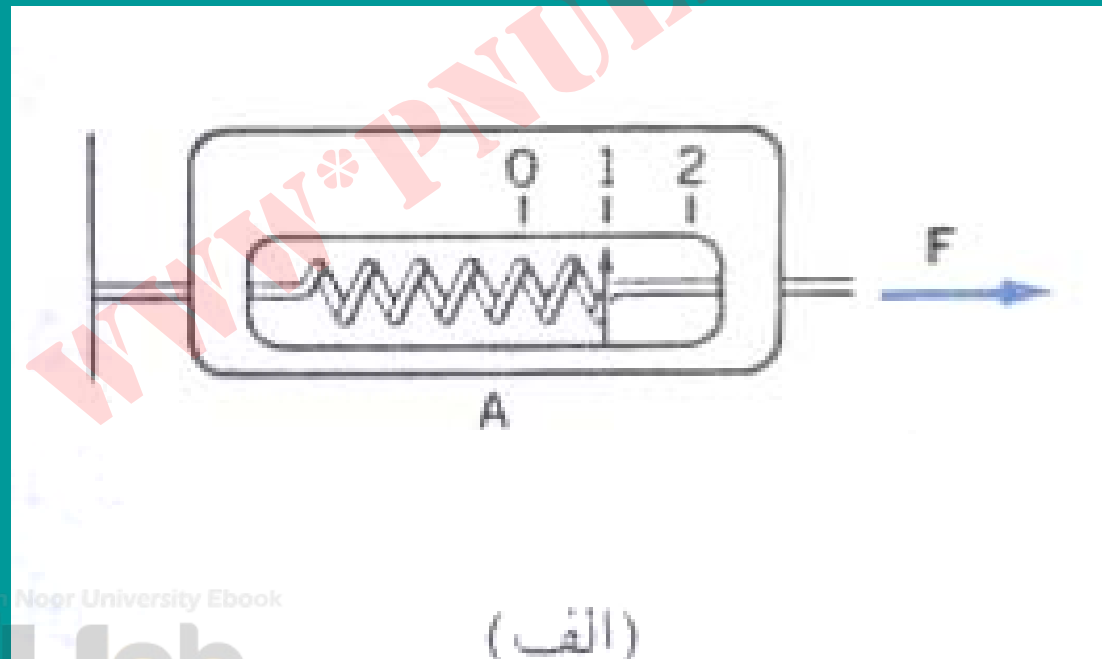
توصیف رابطه نیرو با حرکت (شتاب)

مطالب این فصل:

- نیرو و جرم
- قانون دوم نیوتون
- وزن
- قانون سوم نیوتون
- کاربردهای قوانین نیوتون
- وزن ظاهری

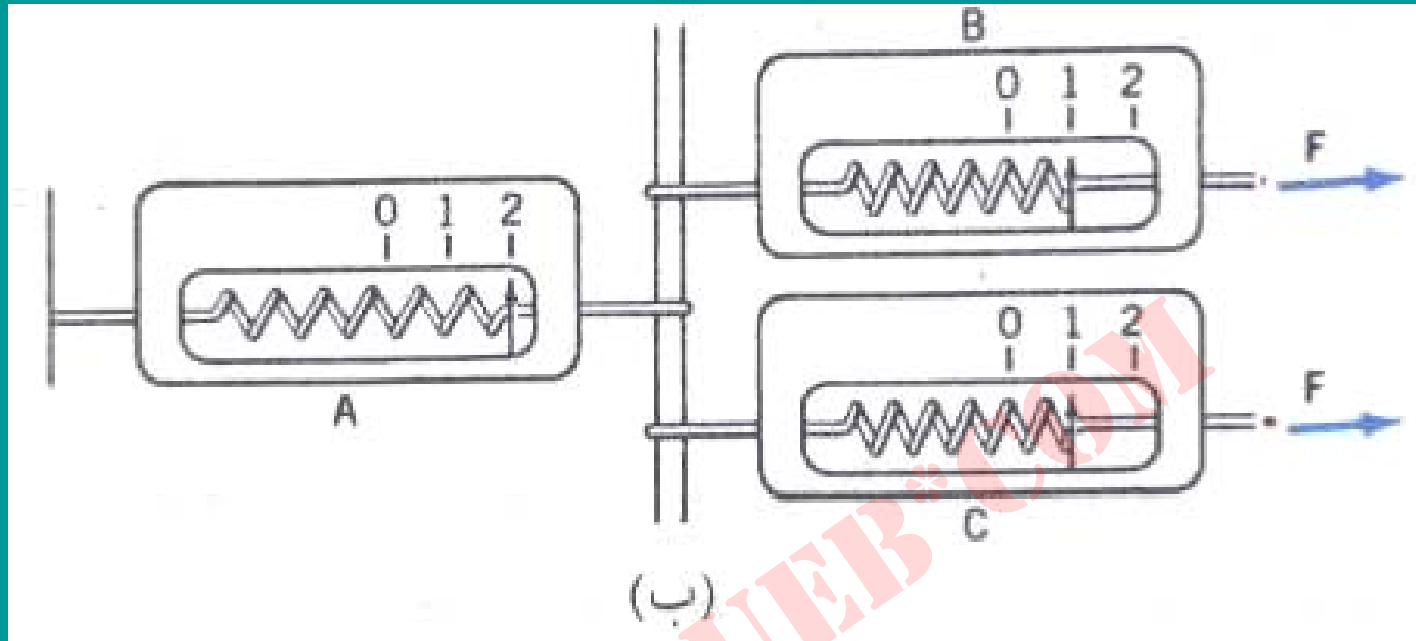
نیرو

نیرو عامل تغییر شکل یا تغییر حرکت (سرعت) جسم است.



(الف)

(الف) نیرو را می‌شود بر حسب انبساط یک فنر «استاندارد» تعریف کرد



(ب) روشی برای درجه بندی فنر استاندارد.

نیرو ماهیتا بردار است چون از جمع برداری تبعیت می کند.

یکای نیرو در $SI \text{ Kg.m/s}^2$ است (از قانون دوم) که

نیوتون (N) نامیده می شود.

جرم

جرم يك جسم ، معياري از لختي يا مقاومت آن در برابر تغيير سرعت است.

جرم كميتي اسكالر و خاصيت ذاتي جسم است ، و به مكان جسم بستگي ندارد.

يكاي جرم در SI كيلوگرم است.



(الف)



(ب)

آزمایشی برای مقایسه جرمهای دو

جسم

تبدیل گالیله‌ای

$$\sum \vec{F} = m \vec{a}$$

هر معادله برداری معادل با سه معادله
جبری بر حسب مولفه‌هاست:

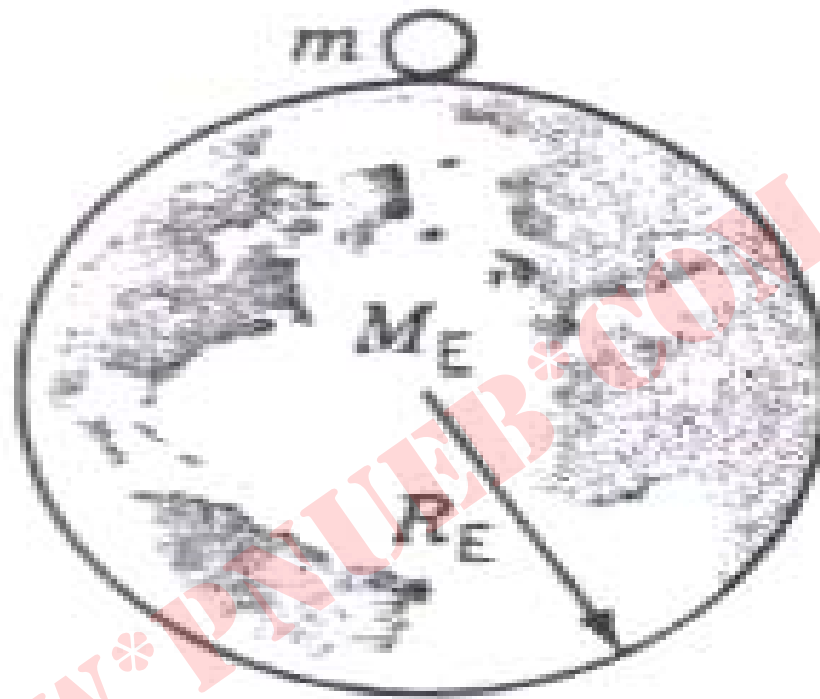
$$\sum F_x = ma_x, \quad \sum F_y = ma_y, \quad \sum F_z = ma_z$$

وزن



(الف)

مقدار نیروی گرانشی ای که دو ذره به هم وارد می کنند برابر $F = \frac{GmM}{r^2}$ است.



(ب)

(ب) اگر زمین را کرهٔ یکنواختی در نظر بگیریم می‌توانیم قانون گرانش نیوتون را در مورد آن به کار ببریم، یعنی در واقع می‌توانیم فرض کنیم که تمام جرم زمین در مرکزش متمرکز شده است (و مثل ذره رفتار می‌کند).

نیروی که کره زمین (M_E) به جسمی (m) واقع در سطحش

وارد می کند ، یعنی وزن جسمی به جرم m ، برابر است با

$$W = \frac{GmM_E}{R_E^2}$$

که در آن R_E شعاع زمین است

ثابت جهانی گرانش نامیده می شود. $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ N.m}^2/\text{kg}^2$ است و

ثابت جهانی گرانش نامیده می شود.

$$g_0 = G M_E / R_E^2$$

مقدار نیروی گرانشی وارد بر واحد جرم

در سطح زمین است

$$W = m g_0$$

Payam Noor University Ebook

PNUeb

نکات قابل بحث در مورد جرم و وزن:

■ کیلوگرم به عنوان واحد وزن؟

■ ذاتی بودن جرم و استقلال آن از مکان

■ وابستگی وزن به مکان

نکات قابل بحث درباره رابطه وزن و

جرم به صورت

$$W=mg \text{ و } W=mg_0$$

■ تفاوت کیفی g_0 (شدت میدان گرانش) با g (شتاب ثقل)

■ تفاوت کمی g_0 با g به علت دوران زمین

■ یکی بودن g_0 (N/kg) با g (m/s^2)

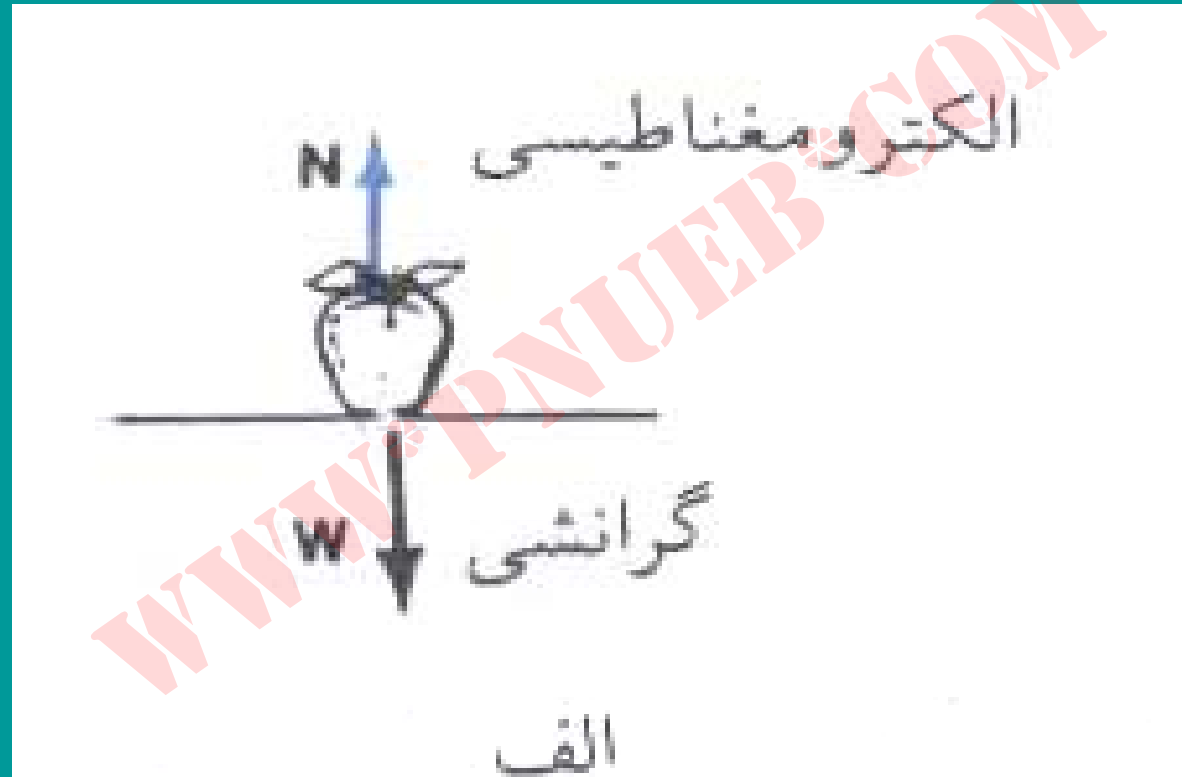
قانون سوم نیوتون

نیروی وارد بر A از B ، مقدارش مساوی و جهتش مخالف با نیروی است که A بر B وارد می کند .



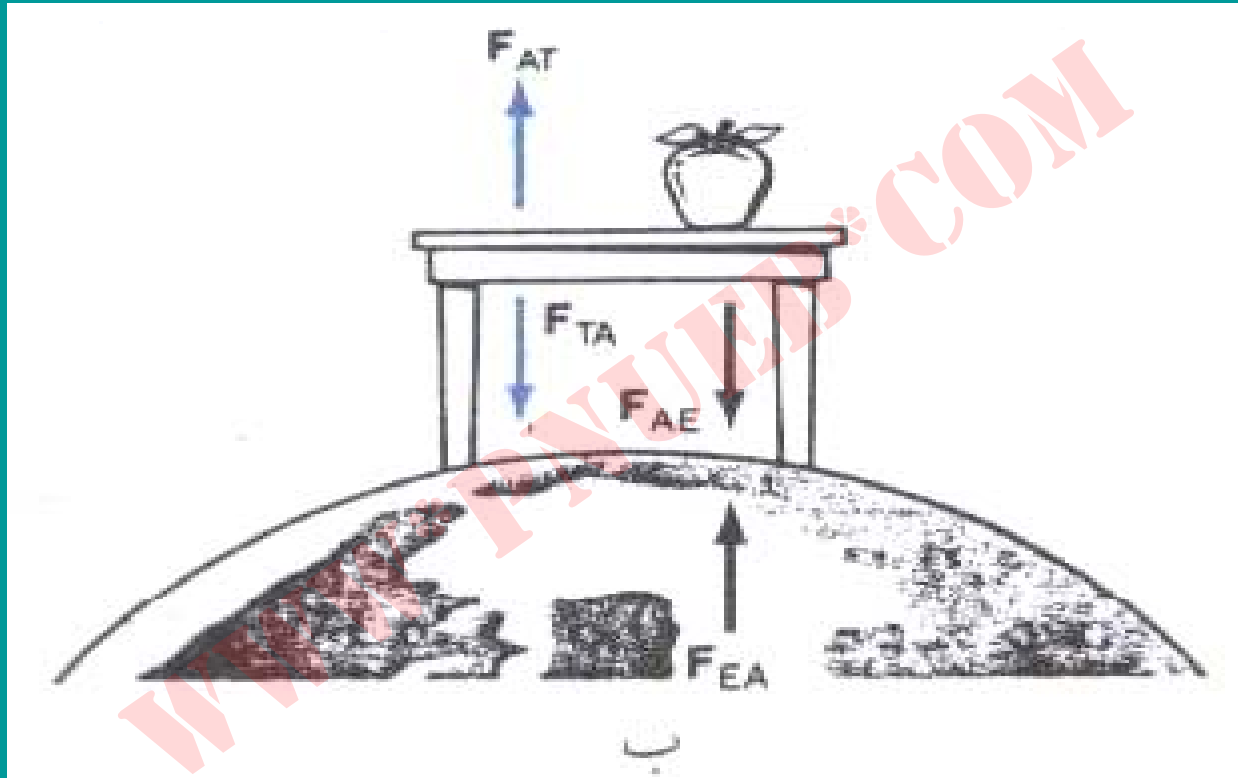
سیب، زمین را با همان نیرویی
جذب می کند که زمین سیب را

زوج نیروهای عمل - عکس العمل



(الف) نیروهای «مساوی و مخالف» وارد بر سیبی که روی میز در حال سکون است، زوج عمل

- عکس العمل نیستند.



(ب) نمایش زوجهای عمل - عکس العمل.

راهنمای حل مسائل دینامیک

۱. نموداری از وضعیت کلی مسئله بکشید. سیستمی

را که بررسی دینامیک آن مورد نظر است (و ممکن

است متشکل از یک جسم یا بیشتر باشد)

مشخص کنید.

۲. نیروهای خارجی وارد بر هر « ذره » را ترسیم

کنید ، یعنی ببینید که به هر جسمی چه نیروهایی از

محیط اطرافش وارد می شود. (منظور نیروهای واقعی

است ، یعنی نیروهایی که بشود آنها را به عواملی در

محیط – مثل زمین ، طناب ، میز ، و غیره – نسبت داد.

۳. يك چارچوب مرجع لخت انتخاب كنيد. هر ذره اي مي تواند محورهاي مختصات مربوط به خودش را داشته باشد. اغلب راحت تر است كه يكي از محورها را در امتداد شتاب ذره بگيريم.

۴. برای هر ذره یک نمودار جسم آزاد بکشید: یعنی

ذره را در مبدأ مختصات بگذارید و تمام نیروهای وارد

بر آن را به مولفه‌هایش روی محورهای تجزیه کنید.

۵. با استفاده از نمودار جسم آزاد، قانون دوم را در شکل مولفه‌اش

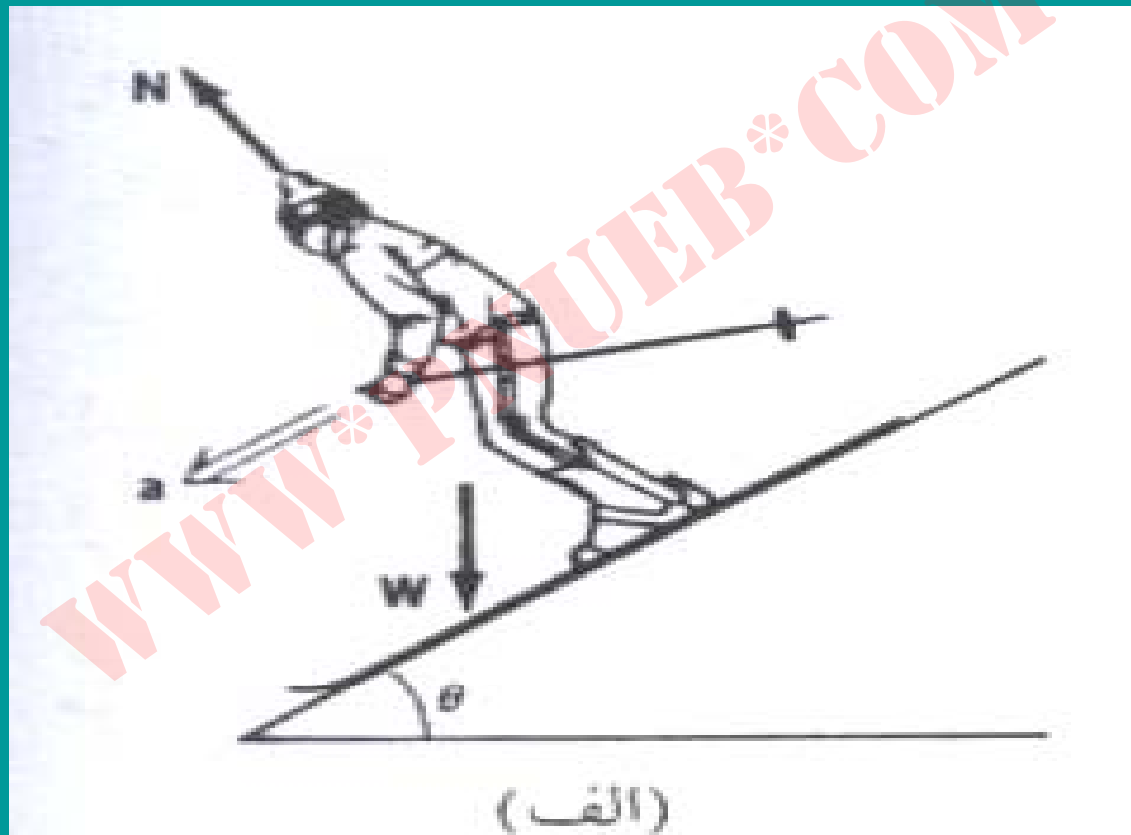
بنویسید:

$$\sum F_x = ma_x$$

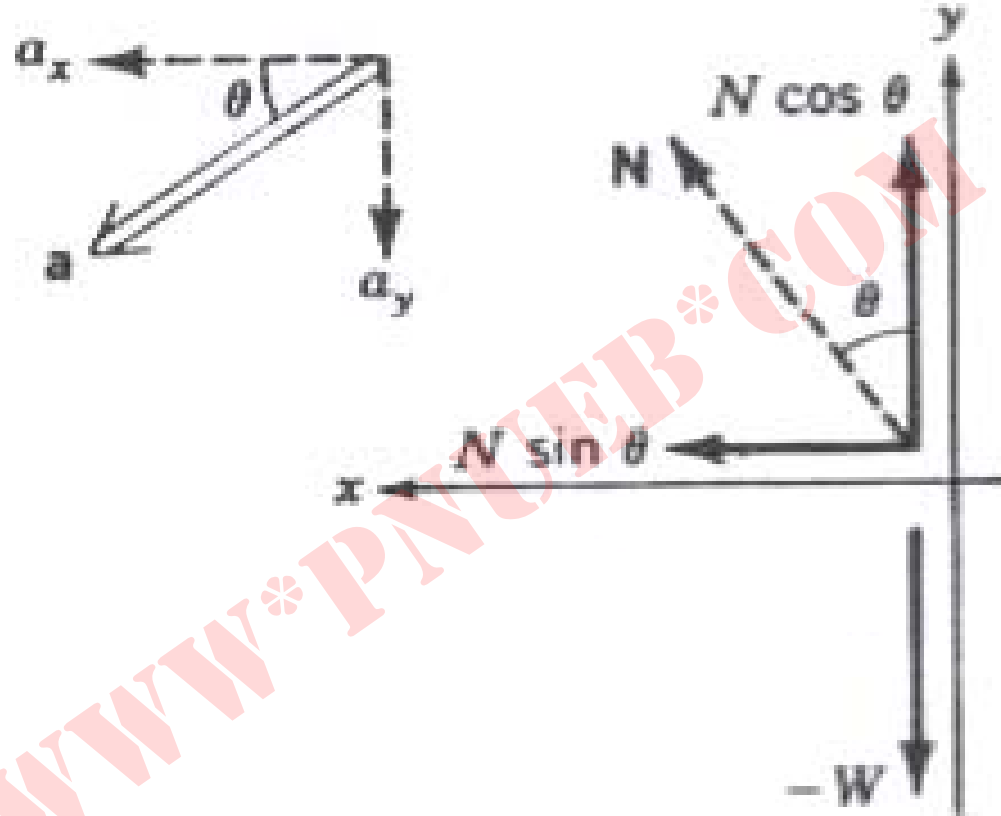
$$\sum F_y = ma_y$$

و مجهولات مسئله را از حل این معادلات به دست بیاورید.

نمودار جسم آزاد - مثال



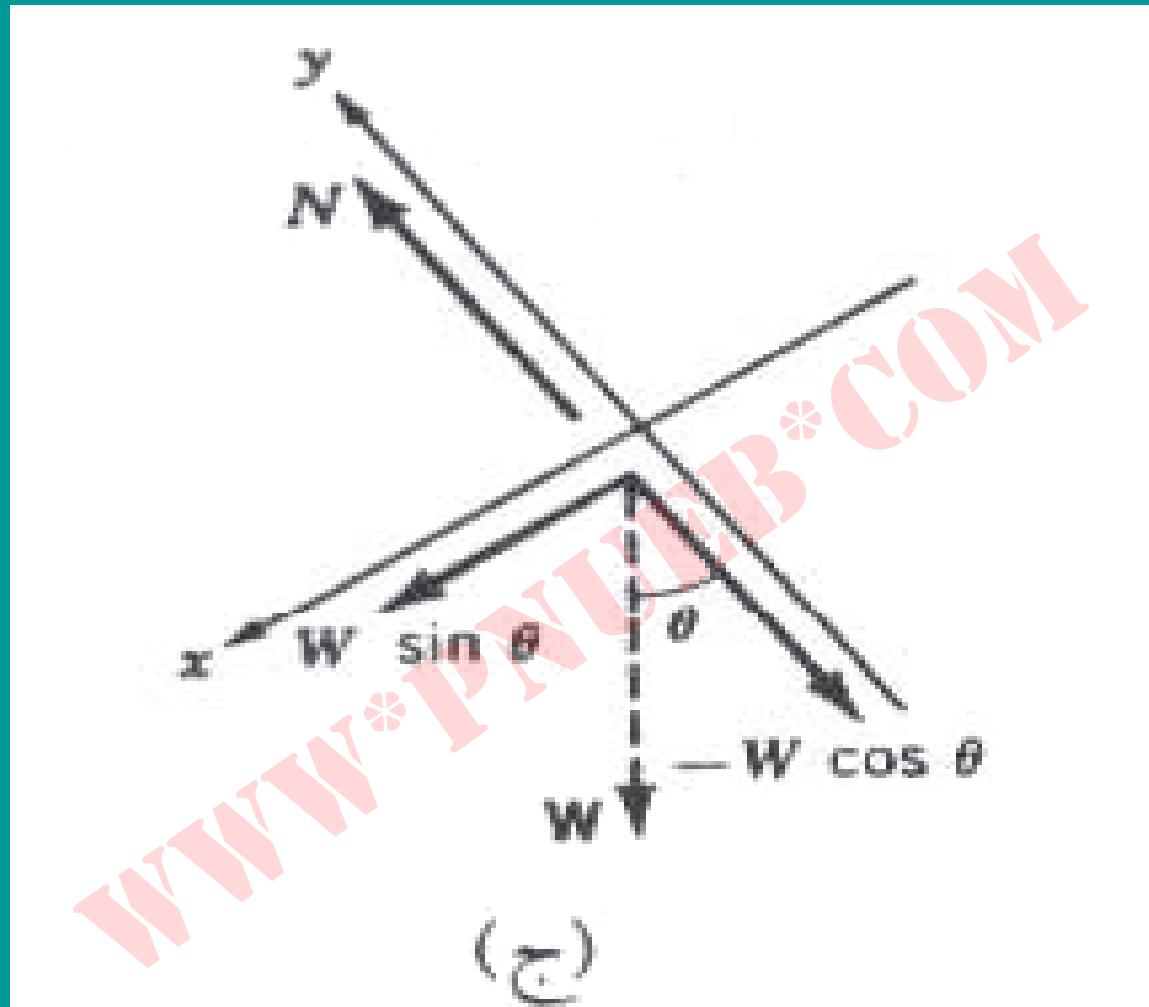
(الف) نیروهای وارد بر اسکی باز.



(ب)

Payam Noor University Ebook

(ب) انتخاب نامناسب دستگاہ مختصات.



(ج) دستگاه مختصات مناسب که در آن a فقط روی یکی از

محورها مولفه دارد.

پارادوکس اسب و گاری

F_{CH} F_{HC}

اگر اسب و گاری (طبق قانون سوم) نیروهای مساوی

به هم وارد می‌کنند، پس این سیستم چگونه عمل

می‌کند؟

F_{RH}

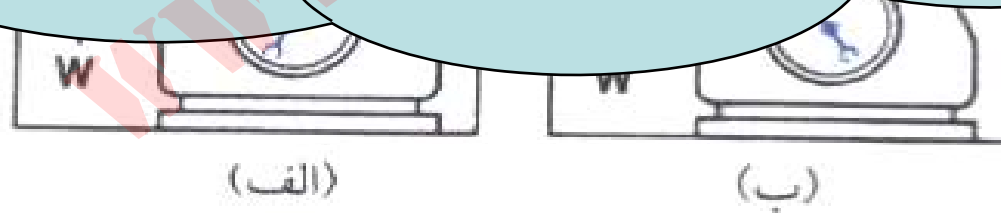
Payam Noor University Ebook

بررسی «پارادوکس اسب و گاری». این سیستم به این علت به جلو حرکت می‌کند

که نیروی وارد از زمین به اسب، بزرگتر از نیروی وارد از زمین به گاری است.

وزن ظاهري

وزن ظاهري هر جسم ، برآيند نيروهايي است كه از سطح نگهدارنده به آن جسم وارد مي شوند.



(الف) وقتی آسانسور با شتاب بالا می رود، $N > mg$ است، یعنی وزن ظاهری از

وزن واقعی بیشتر است. (ب) وقتی آسانسور، با شتاب پایین می آید $N < mg$ است.

$$N - mg = ma \Rightarrow N = m(g + a)$$

$$mg - N = ma \Rightarrow N = M(g - a)$$

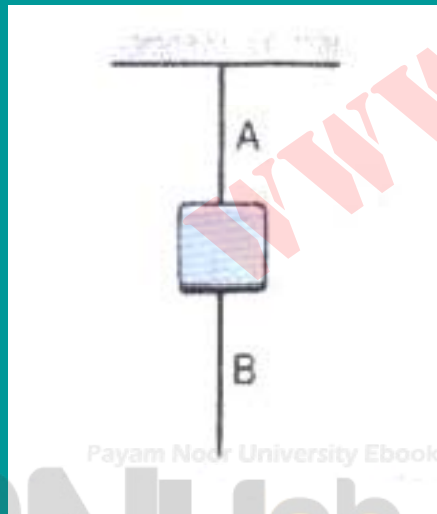
نکات قابل بحث :

■ اگر سرعت آسانسور ثابت باشد $N=mg$ است.

■ اگر $a=g$ باشد (در حالت ب) $n=0$ است.

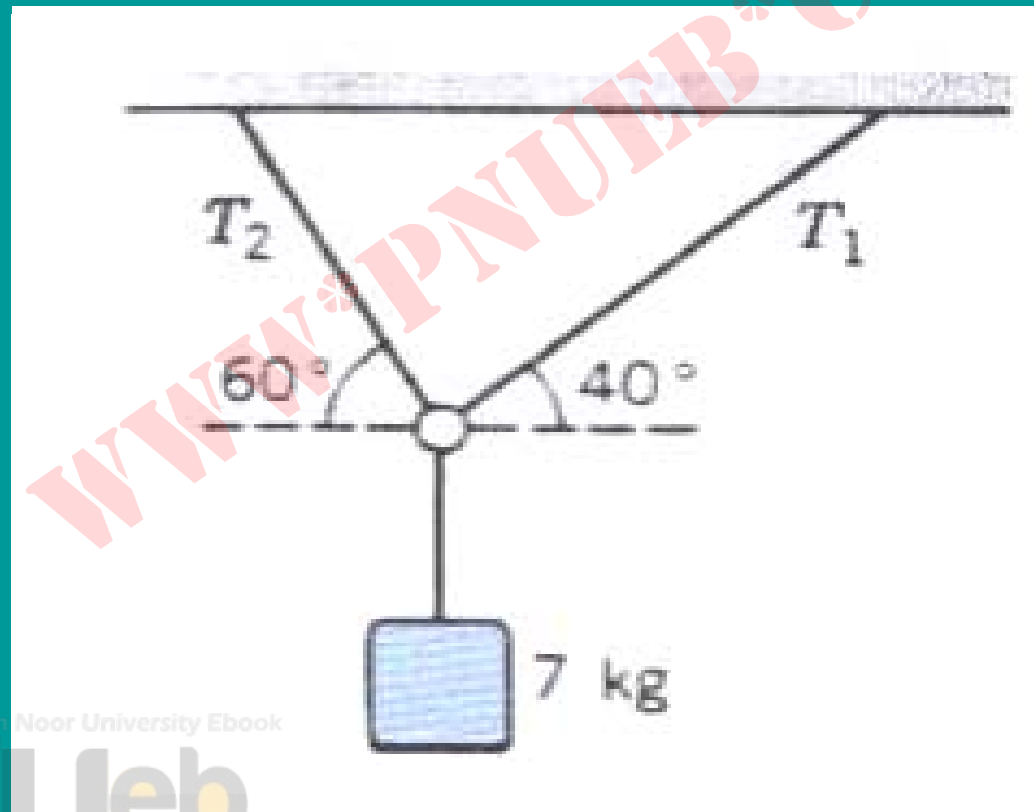
مسائل فصل پنجم

۱. وزنه‌ای توسط نخ A از سقف آویزان است و نخ B (که از همان جنس A است) به زیر وزنه بسته شده است (شکل زیر). اگر B را در دست بگیریم و کشش آن را به تدریج زیاد کنیم، اما اگر B را با یک ضربه ناگهانی بکشیم، B پاره می‌شود. توضیح بدهید که چرا؟



۲. جسمی به جرم 7 kg توسط دو رشته نخ ، مطابق شکل زیر ، آویزان

است. نیروی کشش در هر رشته نخ چقدر است ؟



Payam Noor University Ebook

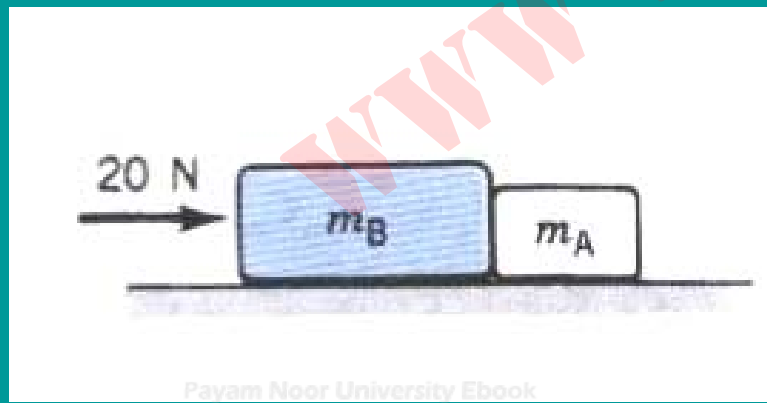
PNUEB

۳. جرم يك موشك پولاريس 10^4 kg و نيروي پيشران موتورهاي آن 10^5 N است. اگر اين موشك تا ۱ دقيقه بعد از بلند شدن از زمين موتورهايش روشن باشد و در طي اين مدت در راستاي قائم هدايت شود، حداكثر تا چه ارتفاعي از زمين اوج خواهد گرفت؟ (فرض كنيد مقاومت هوا ناچيز است.)

۴. يك طناب ظريف حداكثر مي تواند 600 N كشش را تحمل كند. كارگري مي خواهد سطلي به جرم 75 kg را با استفاده از اين طناب از بام ساختماني به زمين بفرستد. حداقل شتاب سطل بايد چقدر باشد تا طناب پاره نشود؟

۵. در شکل زیر، دو جسم A و B روی سطح افقی بدون اصطکاک با هم در تماس اند و یک نیروی افقی برابر با 20 N به جسم B اثر می کند. اگر $m_A = 2\text{ kg}$ و $m_B = 3\text{ kg}$ باشد، کمیات زیر را تعیین کنید:

(الف) شتاب دو جسم؛ (ب) نیرویی که A به B وارد می کند؛ (ج) نیروی خالص (برایند) وارد بر B ؛ (د) اگر جای دو جسم را با هم عوض کنیم، نیرویی که از A به B وارد می شود چقدر است؟



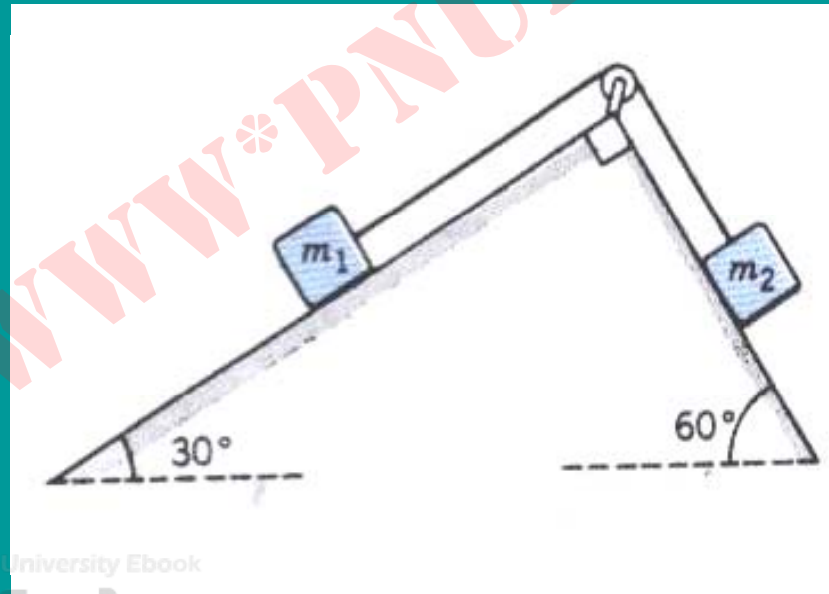
Pavam Noor University Ebook

۶. دو قالب چوبی به جرمهای $m_1 = 5\text{kg}$ و $m_2 = 6\text{kg}$ ، که به وسیله نخي به

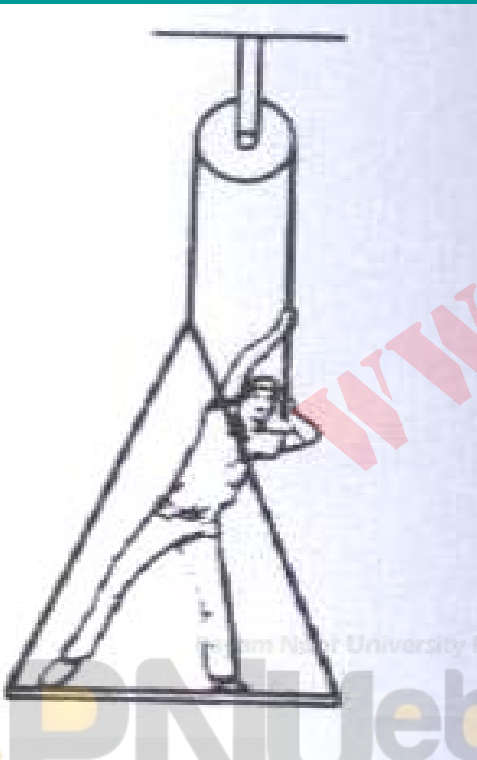
هم وصل شده اند، در دو طرف گوه‌ای که در شکل زیر می بینید قرار داده

می‌شوند. شتاب حرکت سیستم و کشش نخ چقدر است؟ (اصطکاک

سطوح و جرم قرقره ناچیز است).



۷. يك وزنه ۵ كيلوگرمي به وسيله قطعه طنابي به جرم 2 kg به يك وزنه ۳ كيلوگرمي متصل شده است. نيروي خارجي F_0 مطابق شكل زير به وزنه بزرگتر وارد مي شود و كل سيستم را با شتاب 2 m/s^2 به بالا مي كشد.
- (الف) F_0 چقدر است؟ (ب) چه نيروي خالصي به طناب اثر مي كند؟ (ج) ككش در وسط طناب چقدر است؟



۸. گلوله‌ای به جرم 3 kg با یک قطعه نخ بسیار سبک از سقف

آسانسوری آویزان است. کشش نخ در هر یک از حالت‌های زیر

چقدر است؟

الف) وقتی آسانسور در حال بالا رفتن، حرکتش را با شتاب

4 m/s^2 کند می‌کند؛ ب) وقتی آسانسور در حال پایین آمدن،

حرکتش را با شتاب 2 m/s^2 تند می‌کند.

۹. يك كارگر ساختمان، كه جرمش 75 kg است، روي تخته‌اي به جرم

$m = 15 \text{ kg}$ قرار گرفته و دارد با استفاده از يك سيستم طناب و قرقره،

مطابق شكل زير، خودش را بالا مي‌كشد. كشش طناب را در هر يك از

حالت‌هاي زير پيدا كنيد. الف) سيستم (در هوا) ساكن است؛ ب) كارگر با

شتاب به طرف بالا حركت مي‌كند؛ ج) اگر حداكثر كششي كه طناب

مي‌تواند تحمل كند 700 N باشد، و كارگر در وسط راه طناب را به قلبي در

روي ديوار ببندد، چه اتفاق مي‌افتد؟

۱۰. دو وزنه به جرم‌های 3 kg و 5 kg مطابق شکل زیر از دو طرف قرقره‌ای آویزان‌اند. وزنه 5 کیلوگرمی را ابتدا 4 m بالاتر از کف زمین نگه می‌داریم و بعد رها می‌کنیم. وزنه 3 کیلوگرمی (که ابتدا در سطح زمین بوده است) حداکثر تا چه ارتفاعی از سطح زمین بالا می‌رود؟

فصل ششم: دینامیک ذره ۲

■ آشنایی با کاربردهای قانون دوم نیوتون با حضور اصطکاک و در مورد حرکت دایره‌ای

هدف کلی

مطالب این فصل:

- اصطکاک
- دینامیک حرکت دایره‌ای
- مدارهای ماهواره‌ای
- چارچوب‌های ناخست

اصطكاك

- نيروي اصطكاك متناسب با نيروي است كه دو جسم را به هم مي فشارد.
- نيروي اصطكاك بستگي محسوسي به مساحت سطح تماس دو جسم ندارد.
- نيروي اصطكاك (در سرعت هاي نسبتاً كم) مستقل از سرعت است.

اصطكاك جنبشي (يا لغزشي):

$$f_k = \mu_k N$$

اصطكاك ايستايي:

$$f_{s(\max)} = \mu_s N$$

يا

$$f_s \leq \mu_s N$$

نکات قابل بحث در مورد اصطکاک غلتشی :

■ کوچک بودن اصطکاک غلتشی در مقایسه با اصطکاک

لغزشی

■ علت ایجاد اصطکاک غلتشی

■ جهت اصطکاک غلتشی در غلتش آزاد و غلتش واداشته

دینامیک حرکت دایره‌ای

ذره‌ای که حرکت دایره‌ای یکنواخت دارد مدار یا یک نیروی مرکزگرا از مسیر لختی خود (خط جین) به طرف مرکز کشیده می‌شود. یعنی جهت سرعتش دائماً تغییر می‌کند و در نتیجه شتابدار است. نیروی جذب به مرکز در این مورد توسط طناب تأمین می‌شود که جهتش به طرف مرکز مسیر است.

Payam Noor University Ebook

PNUeb

مقدار نیرویی که جسم را در مسیر

دایره‌ای نگه می‌دارد:

$$F = \frac{mv^2}{r}$$

این نیرو در جهت شتاب مرکزگراست و نیروی مرکزگرا نامیده

می‌شود.

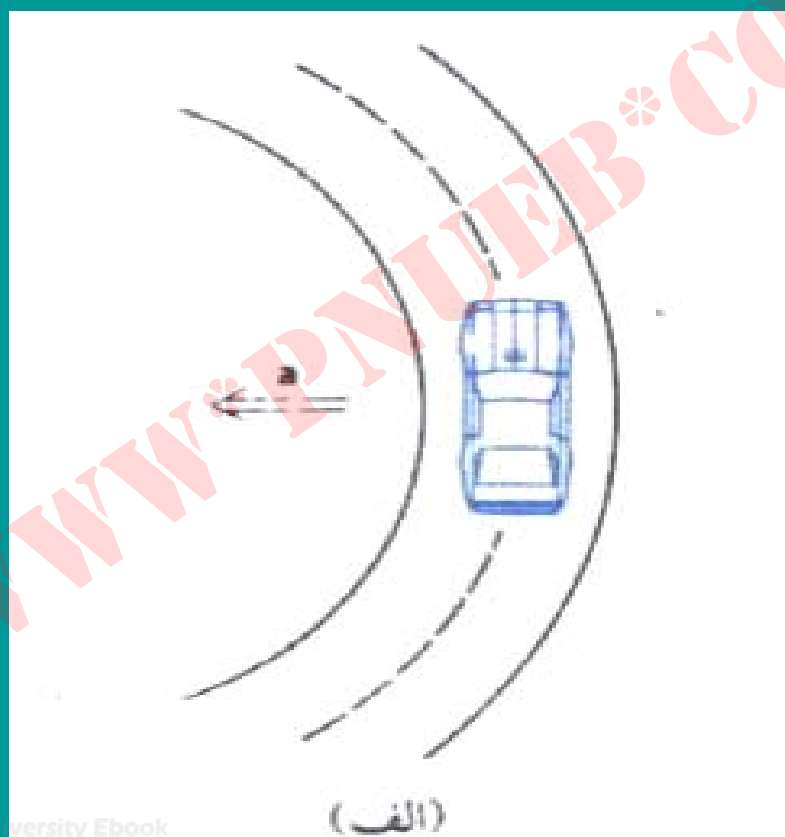
Prayam Neer University Ebook

نکات قابل بحث درباره نیروی مرکزگرا:

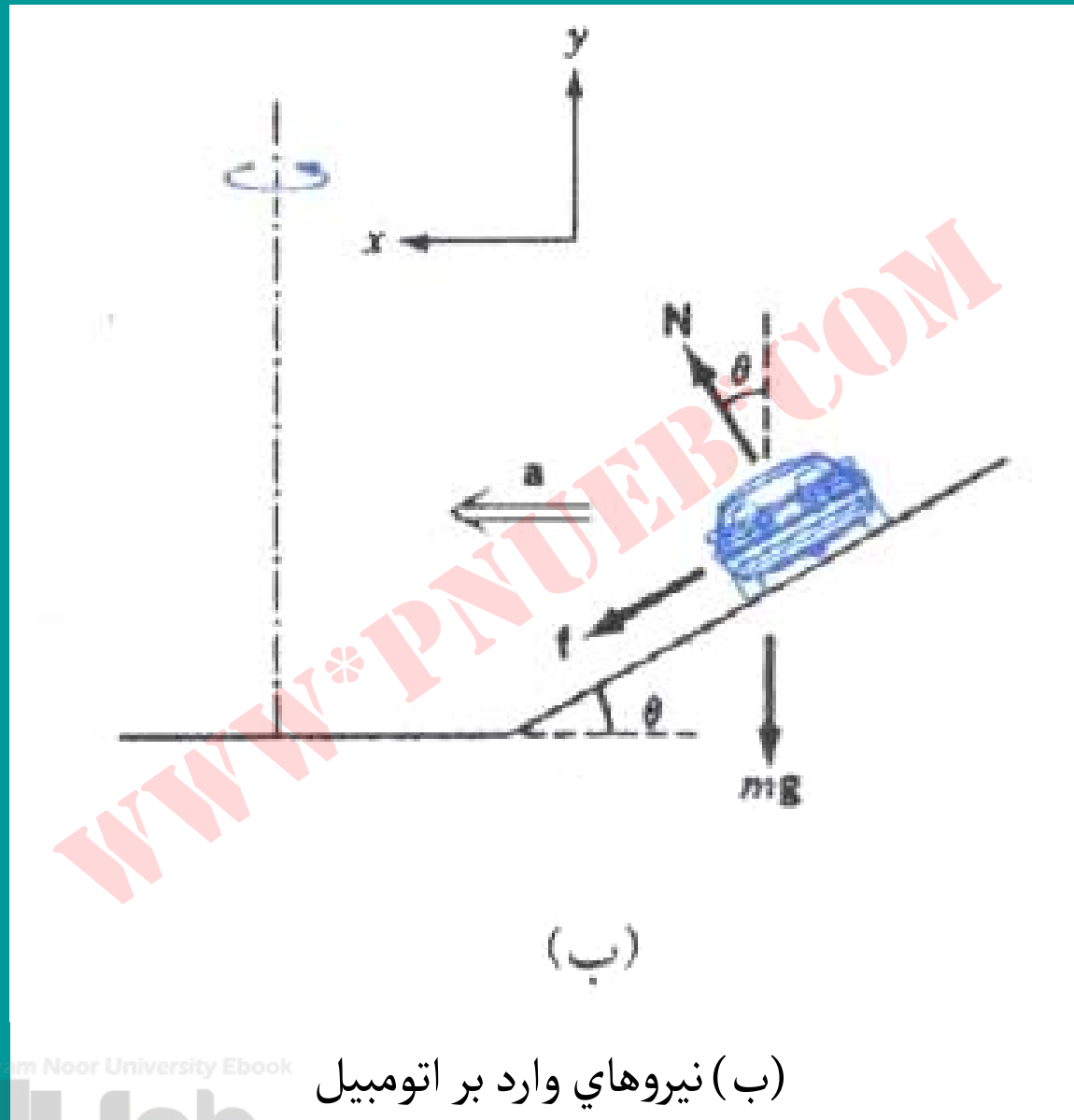
- این نیرو نوع جدید و مستقلي از نیرو نیست.
- از میان نیروهاي موجود در سیستم تامین می شود.
- پس نباید به نیروهاي “ نمودار جسم آزاد “ اضافه شود.

در چارچوب‌های مرجع لخت ،
نیازی به نیروهای ناشی از لختی
(نیروهای کاذب و غیر نیوتونی)
از قبیل “گریز از مرکز” نداریم.

تامین نیروی مرکزگرا در پیچ جاده

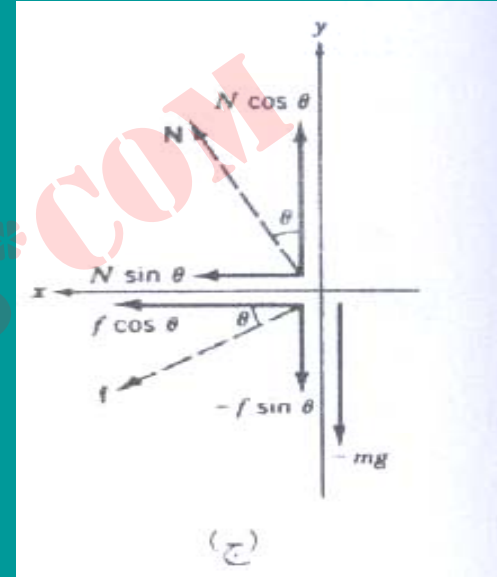


(الف) اتومبیل از نمای بالا



(ب) نیروهای وارد بر اتومبیل

$$\begin{cases} \sum F_x = f = m \frac{v^2}{r} \\ \sum F_y = N - mg = 0 \Rightarrow N = mg \end{cases}$$



Payam Noor University Ebook

(ج) نمودار جسم آزاد

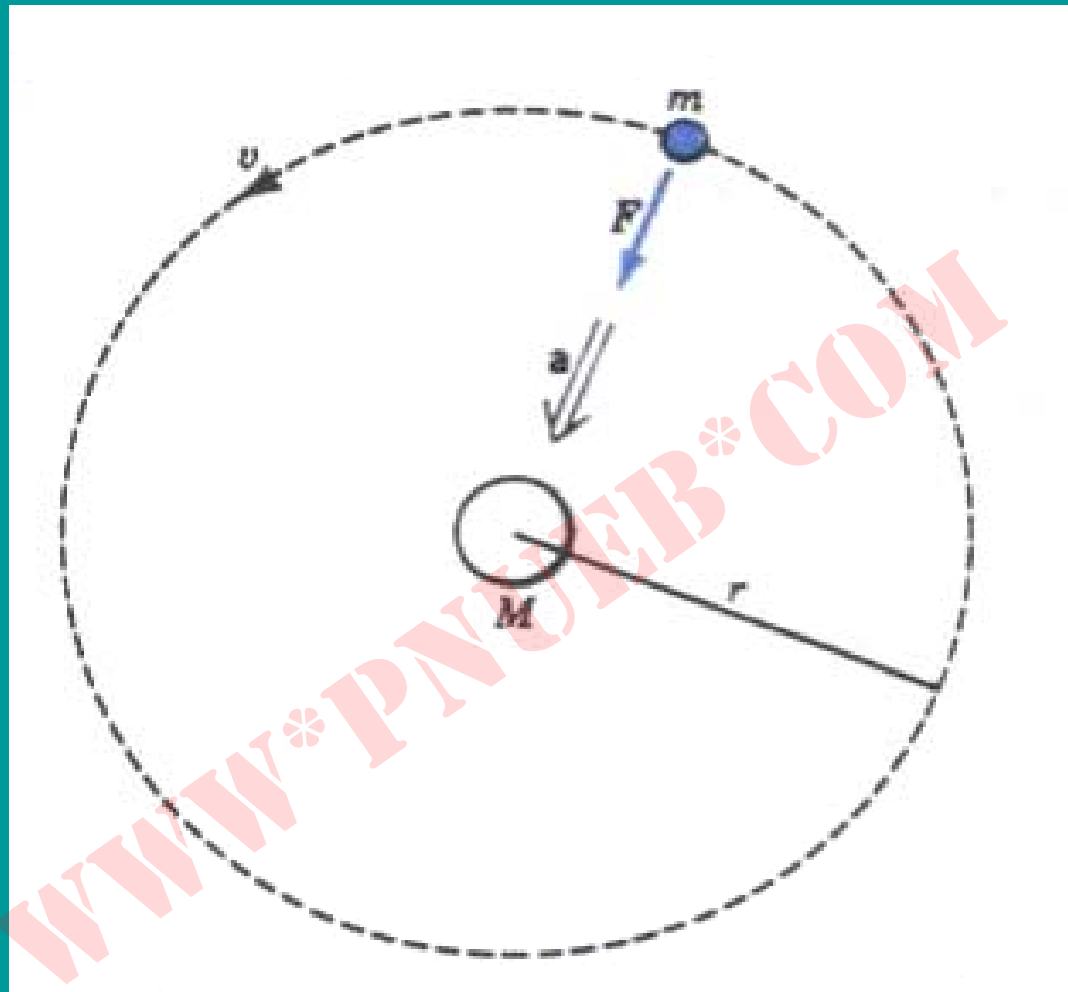
مدارهاي ماهواره‌اي

$$F = ma \Rightarrow \frac{GmM}{r^2} = m \frac{v^2}{r}$$

$$v = \sqrt{\frac{GM}{r}}$$

مداري
Payam Noor University

PNUeb



ماهواره‌ای به جرم m در مداری به دور جسم مرکزی M ، نیروی مرکز‌گرا از جاذبه گرانشی تأمین می‌شود.

ماهواره‌ای در مدار زمین

شکلی که خورد نیوتون برای آزمایش ذهنی‌اش کشیده است، گلوله‌ای که از بالای کوهی به موازات زمین پرتاب شود اگر سرعت اولیه‌اش کم باشد به زمین فرود می‌آید، ولی اگر سرعت اولیه پرتاب به قدر کافی بزرگ باشد گلوله در مدار زمین قرار می‌گیرد.

Payam Noor University Ebook

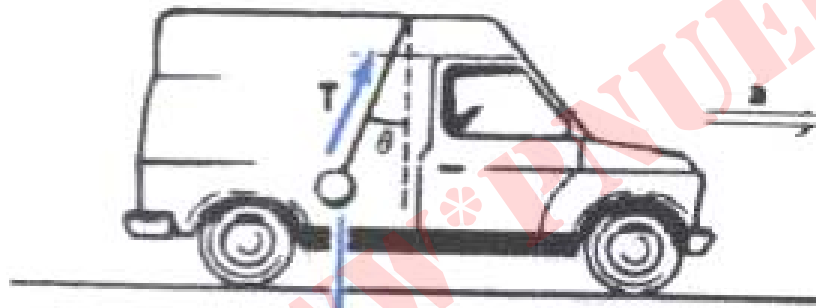
PNUeb

چارچوب‌هاي نالخت

■ اتومبيلي با شتاب a در حرکت
است. نخ

آونگي که از سقف آن آویزان است چه

زاويه‌اي با راستاي قائم مي‌سازد؟

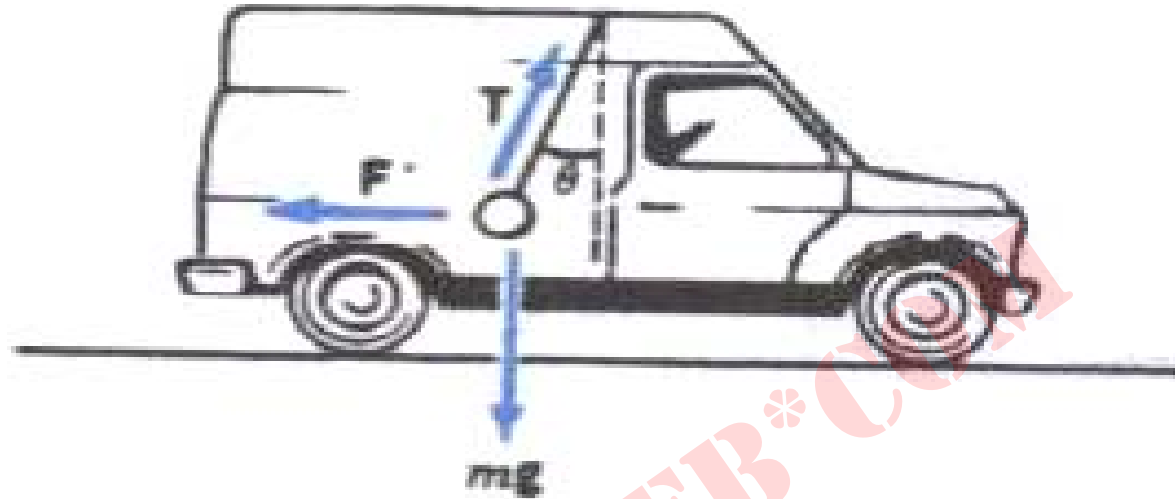


mg

$$T + mg = ma$$

(الف)

(الف) تحليل مسئله در چارچوب لخت.



$$T + mg + F' = 0$$

(ب)

(ب) تحلیل مسئله در چارچوب ناخست

■ تحلیل مسئله در چارچوب لخت (الف) و ناخست (ب) به

نتیجه یکسانی منجر می شود.

مسائل فصل ششم

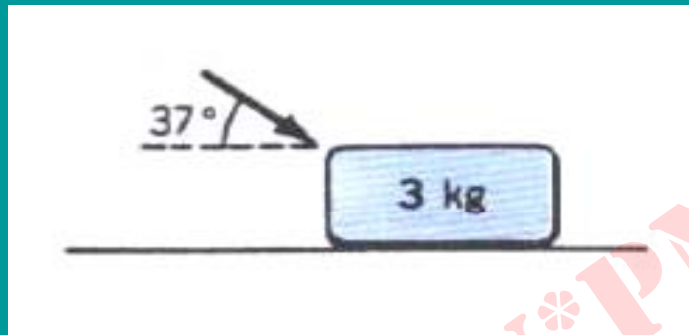
۱. در اتومبیل‌های معمولی (دیفرانسیل عقب) فقط چرخ‌های عقب توسط نیروی موتور چرخانده می‌شوند. اگر ضریب اصطکاک ایستایی چرخ‌ها و جاده $\mu = 0.8$ باشد، بیشترین شتابی که اتومبیل می‌تواند با آن (الف) به حرکت در بیاید و (ب) متوقف شود، چقدر است؟

۲. در شکل زیر نیروی وارد به جسم 25 N است. فرض کنید $\mu_k = 0$ و

۵ $\mu_s = 0$ است. الف) اگر جسم در ابتدا ساکن باشد آیا در اثر این نیرو به

حرکت در می‌آید؟ ب) اگر جسم به طرف راست حرکت کند، شتاب آن

چقدر است؟



۳. یک تریلی که صندوقی را حمل می‌کند با شتاب 6 m/s^2 در جاده افقی

سرعتش را زیاد می‌کند. حداقل ضریب اصطکاک میان جعبه و کف تریلی

باید چقدر باشد تا جعبه در حین این حرکت از جای خودش تکان نخورد؟

۴. در شکل زیر، $m_A = 2 \text{ kg}$ و $m_B = 5 \text{ kg}$ است. جسم B با سطحی که

در روی آن واقع شده است اصطکاک ندارد ولی بین جسم A و B

اصطکاکی با ضریب $\mu_s = 0.25$ وجود دارد. الف) اگر هر دو جسم با سرعت

ثابت در حرکت باشند نیروی اصطکاک میان آنها چقدر است؟ ب) حداکثر

چه نیروی افقی ای می شود به B وارد کرد، بی آنکه A روی آن بلغزد؟

۵. در شکل زیر، $m_A = 2 \text{ kg}$ و $m_B = 3 \text{ kg}$ است. نیرویی برابر

با 60 N مطابق شکل به B وارد می‌شود. ضریب اصطکاک میان دو

جسم حداقل باید چقدر باشد تا A به پایین نلغزد؟

۶. در يك جاده افقي ، اتومبيلي مي خواهد با سرعت V از پيچي به شعاع r

عبور کند. نشان بدهيد که زاويه مناسب براي شيب عرضي جاده در اين

پيچ از رابطه $\tan \theta = v^2 / rg$ بدست مي آيد. (فرض کنید اصطكاك

آنقدر کم است که براي عبور بي خطر فقط بايد به شيب عرضي جاده

متكي بود).

۷. اتومبيلي که با سرعت V در حرکت است ، ناگهان با تنه درختي که عمود بر مسير در جاده

افتاده و آن را بسته است مواجه مي شود. ضريب اصطكاك ايستايي چرخها با جاده μ_s است.

براي اجتناب از برخورد ، راننده در هر يك از شرايط زير بايد حداقل در چه فاصله اي از مانع

دست به کار شود؟ الف) اگر بخواهد در خط مستقيم ترمز کند ، ب) اگر بخواهد (بدون ترمز

کردن) فرمان را در يك مسير دایره اي پيچاند.

۸. اتوبوسي در جاده مستقيم حرکت مي‌کند. نخ آونگي که از سقف

اتوبوس آویزان است با امتداد قائم زاويه 8° درجه مي‌سازد. شتاب اتوبوس

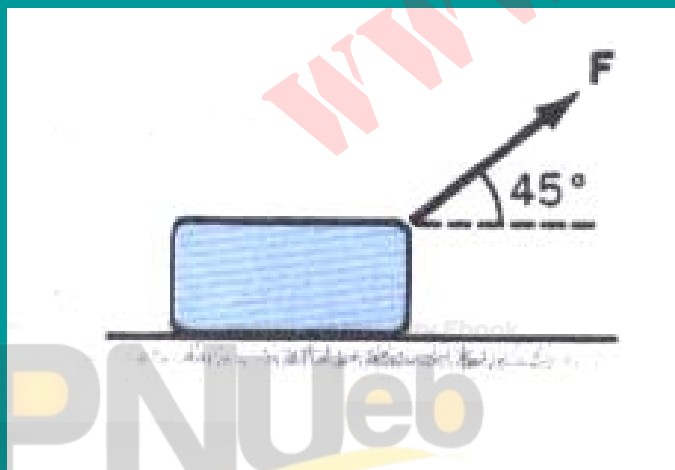
چقدر است؟

۹. در شکل زیر، ضريب اصطكاك ايستايي μ_s است. الف) نشان بدهيد که

نيروي F لازم براي به حرکت در آوردن جسم به ازاي $\theta = \tan^{-1} \mu_s$

به حداقل مي‌رسد. ب) نشان بدهيد که مقدار اين نيروي حداقل برابر

$mg \sin \theta$ با است.

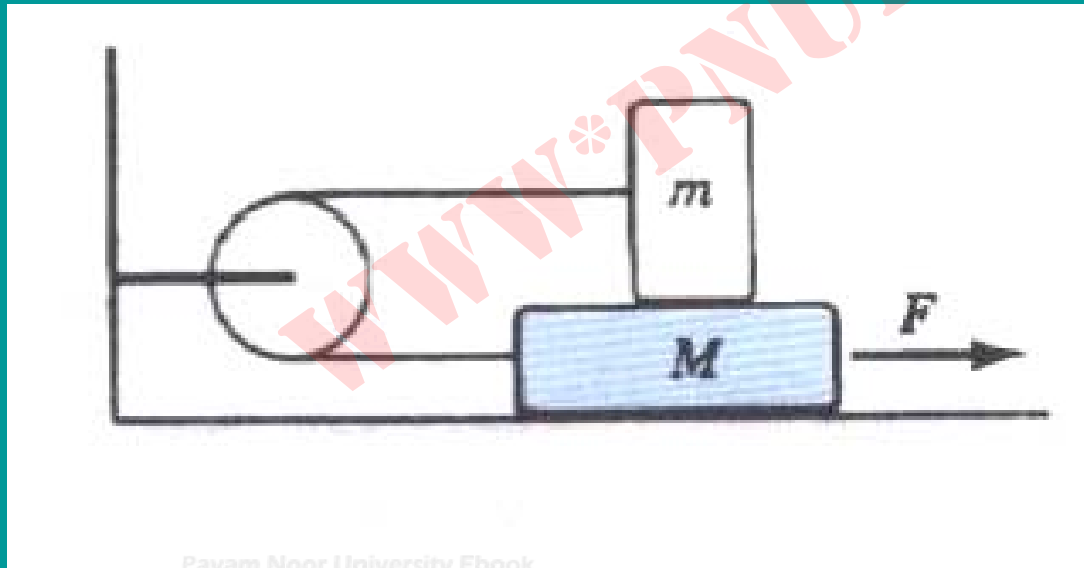


۱۰. در سیستم شکل زیر، $m = 2\text{ kg}$ و $M = 4\text{ kg}$ است. ضریب اصطکاک

لغزشی برای همه سطوح $\mu_k = 0.2$ است. (جرم قرقره و نخ را ناچیز فرض

کنید). این دو جسم به ازای چه مقداری از نیروی افقی F (الف) با سرعت

ثابت حرکت خواهند کرد؟ (ب) با شتاب حرکت خواهند کرد؟



Payam Noor University Ebook

PNUeb

فصل هفتم: کار و انرژی

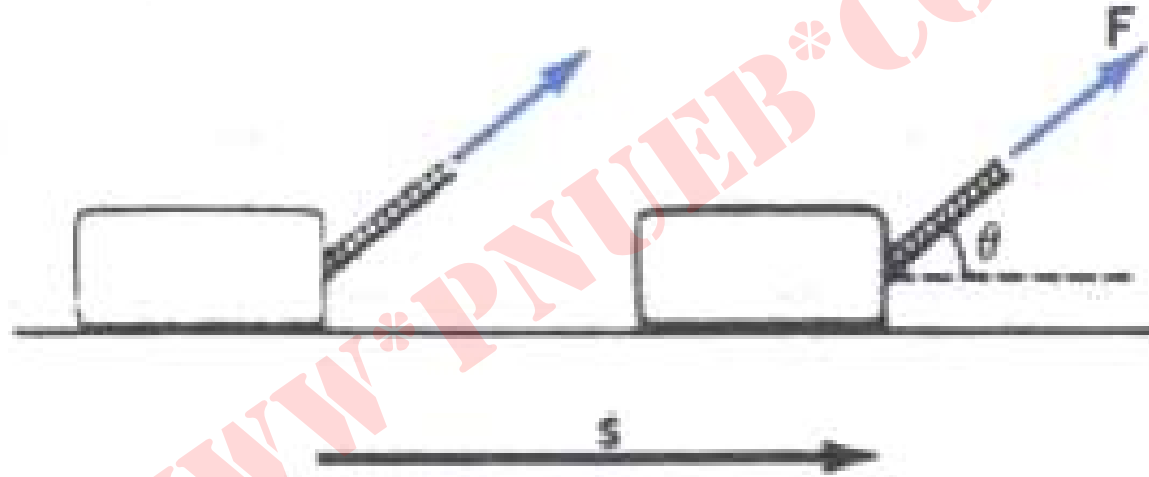
هدف کلی

■ آشنایی با مفهوم کار در فیزیک و رابطه آن با انرژی مکانیکی

مطالب این فصل:

- کار نیروی ثابت
- کار نیروی متغیر در یک بعد
- قضیه کار – انرژی در یک بعد
- توان
- کار و انرژی در سه بعد

کار نیروی ثابت



کار نیروی \vec{F} ، وقتی که نقطه اثر آن
به اندازه \vec{s} جابه‌جا می‌شود، عبارت است از

$$W = FS \cos \theta = \vec{F} \cdot \vec{s}$$

$$W = FS \cos \theta$$

$$W = \vec{F} \cdot \vec{S}$$

$$W = F_x \Delta x + F_y \Delta y + F_z \Delta z$$

کار خالص چندین نیرو

$$W = W_1 + W_2 + \dots + W_n$$

$$W = F_1 \cdot S + F_2 \cdot S + \dots + F_3 \cdot S = (\sum F \cdot S)$$

(خالص)

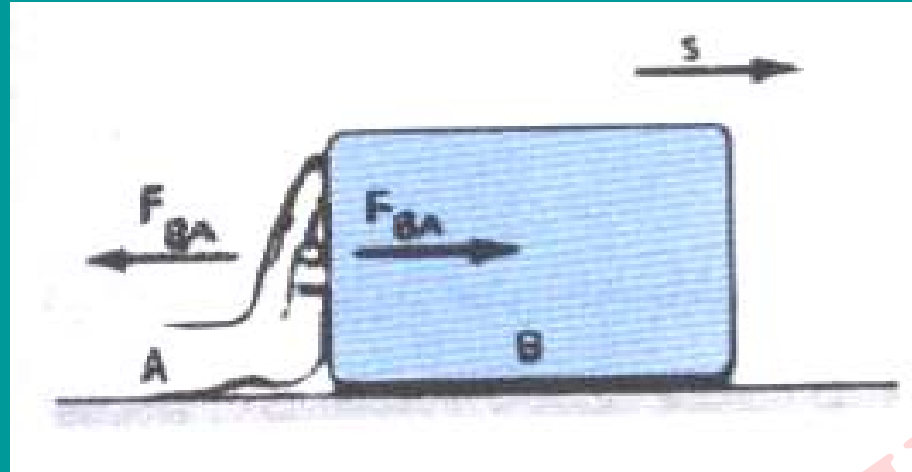
$$W = F \cdot S$$

(خالص)

(خالص)

Payam Nour University Ebook

کار منفی



$$\vec{F}_{AB} = -\vec{F}_{BA}$$

$$W_{AB} = -W_{BA}$$

دست روی جسم کار مثبت انجام

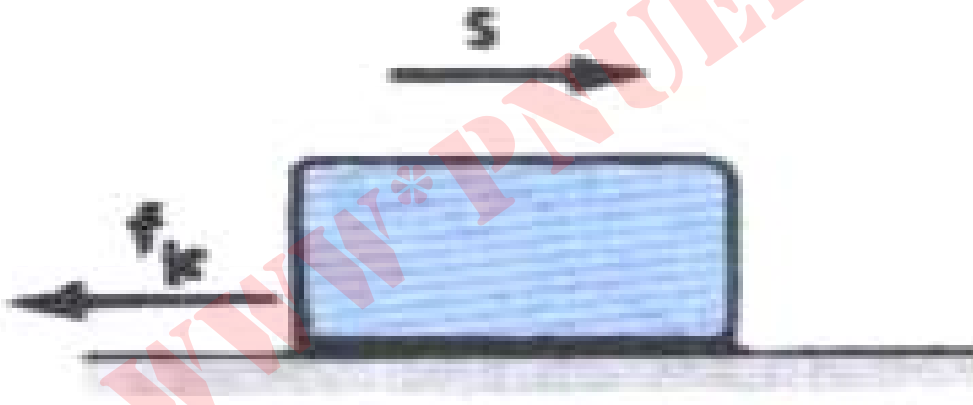
می دهد. همزمان جسم هم به همان مقدار

Payam Noor University Ebook

کار منفی روی دست انجام می دهد.

کار نیروی اصطکاک

$$W_f = f_k s \cos 180^\circ = -f_k s$$

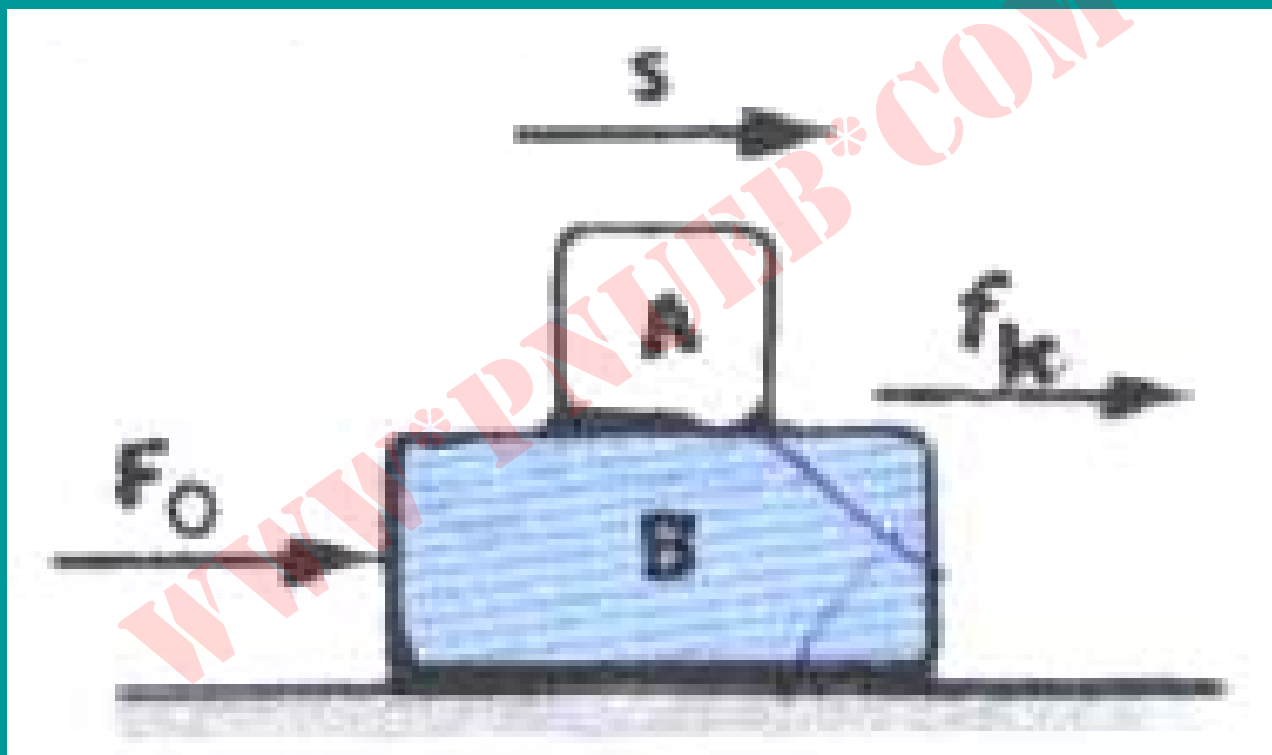


وقتی جسمی روی سطح ساکنی می لغزد،

Pavam Neer University Ebook

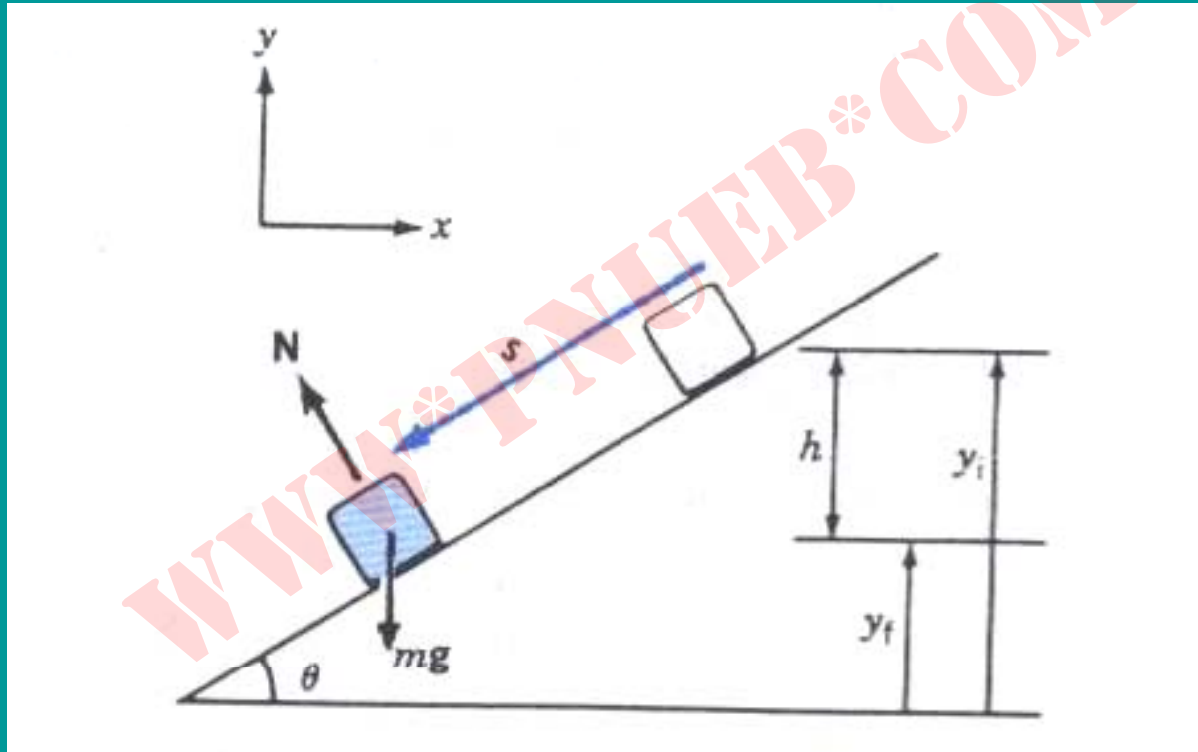
کار نیروی اصطکاک لغزشی منفی است.

کار نیروی اصطکاک همیشه هم منفی نیست!



B در اثر نیروی F_0 جلو می رود و A نسبت به آن به عقب می لغزد. جابجایی A نسبت به میز و نیروی f_k هر دو به طرف جلو هستند و در نتیجه f_k روی A کار مثبت انجام می دهد.

کار نیروی ثقل



کاری که نیروی ثقل (که در محدوده مسئله ثابت فرض می شود) روی جسم انجام

$$W_g = -mg(y_f - y_i) = +mgh$$

می دهد برابر است با

$$W_g = m \mathbf{g} \cdot \mathbf{s} = (-mg \hat{j}) \cdot (\Delta x \hat{i} + \Delta y \hat{j})$$

$$W_g = -mg(y_f - y_i)$$

در این مثال $y_f - y_i = -h$ و بنابراین $W_g = +mgh$

است.

Payam Noor University Ebook

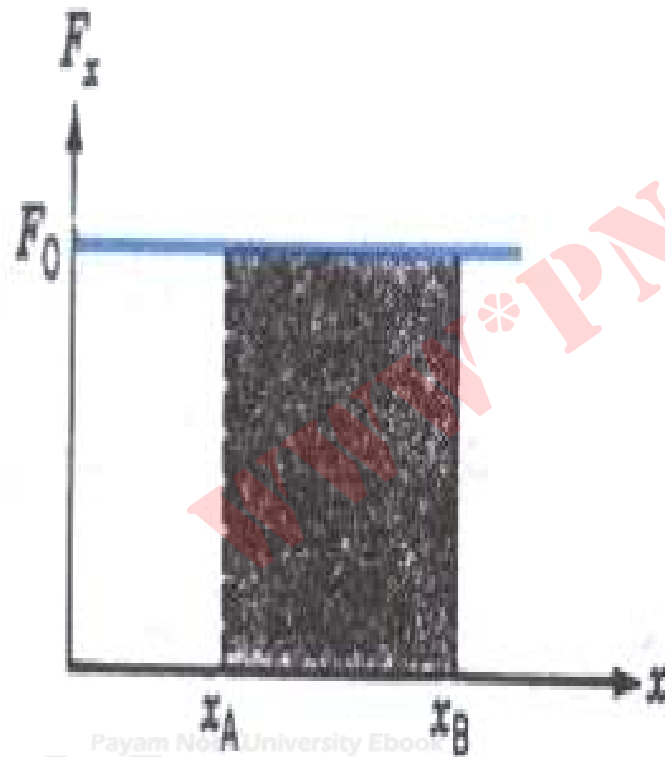
PNUEB

نکات قابل بحث درباره کار نیروی ثقل :

$$W_g = -mg(y_f - y_i)$$

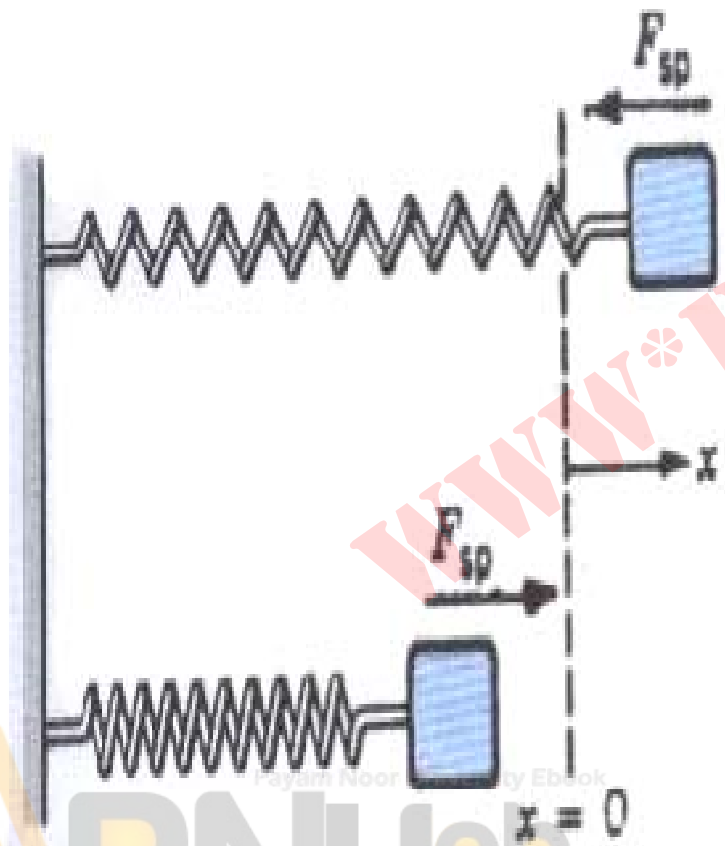
- کار نیروی ثقل مستقل از مسیر است و فقط به مختصات قائم اولیه و نهایی بستگی دارد.
- کار نیروی ثقل در مسیر بسته (رفت و برگشت) صفر است.
- چندین نیروهای پایستاراند (فصل بعدی)

محاسبه کار از مساحت زیر منحنی F بر حسب x



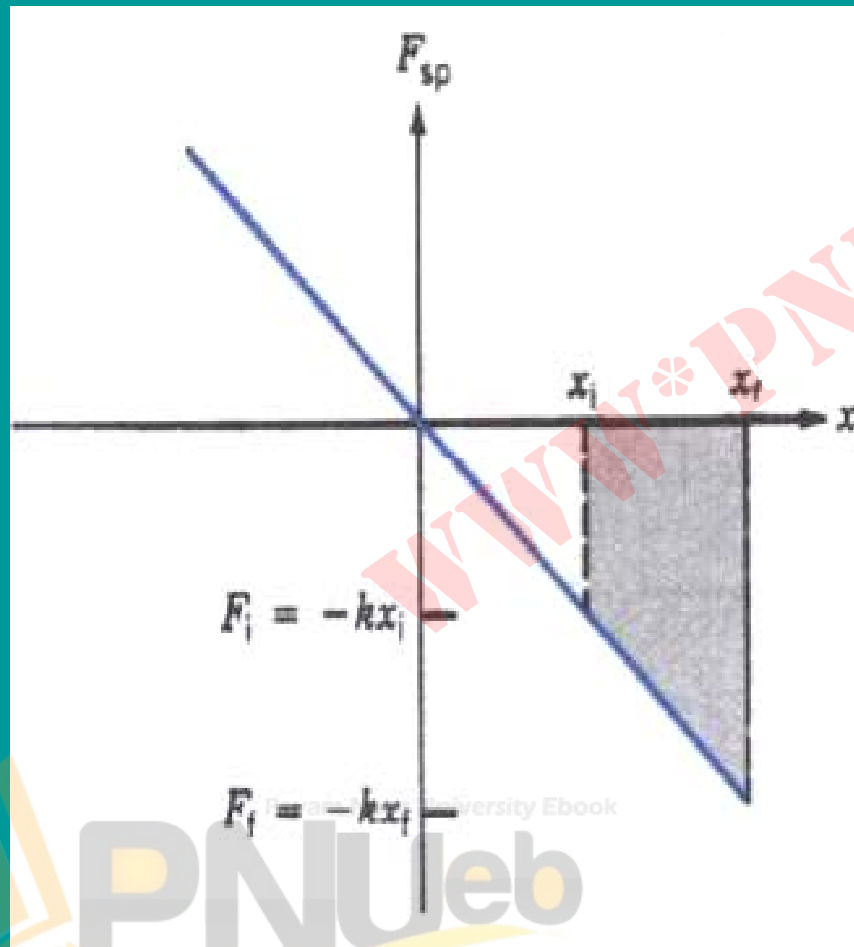
کار نیروی ثابت F_0 در جابجایی از x_A به x_B برابر است با $W = F_0(x_B - x_A)$ همان مساحت ناحیه هاشور خورده است.

نیروی فنر



اگر فنر به اندازه Δ منبسط یا متراکم
شود، نیروی بازگرداننده‌ای که فنر اعمال
می‌کند برابر با $F_s = -kx$ است.

کار نیروی فنر



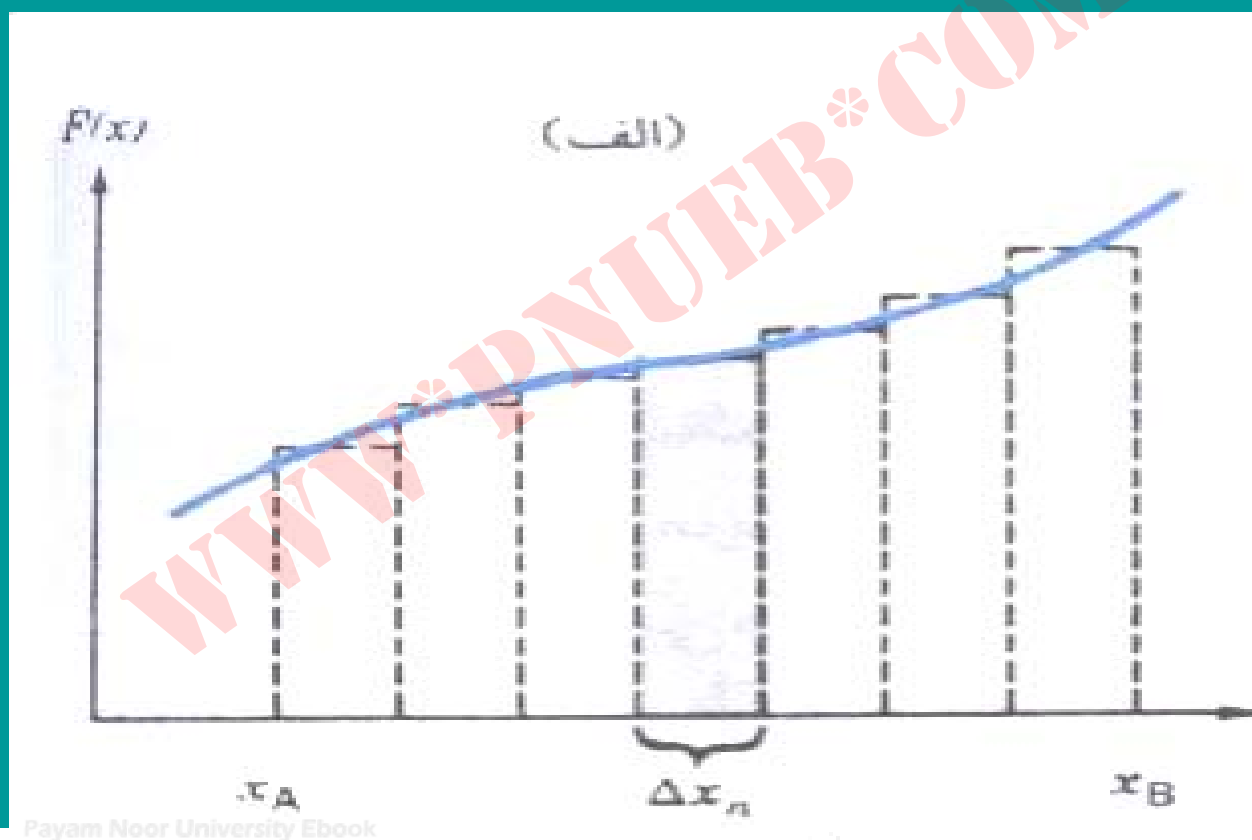
کار انجام شده توسط فنر در
جابجایی انتهای آزاد آن از x_i به x_f برابر است
با مساحت ذوزنقه هاشور خورده.

$$W_s = \frac{1}{2} F_f x_f - \frac{1}{2} F_i x_i$$

$$W_s = -\frac{1}{2} k (x_f^2 - x_i^2)$$

نیروی فنر هم خصوصیات نیروهای پایستار را دارد. ➤

کار نیروی متغیر در یک بعد

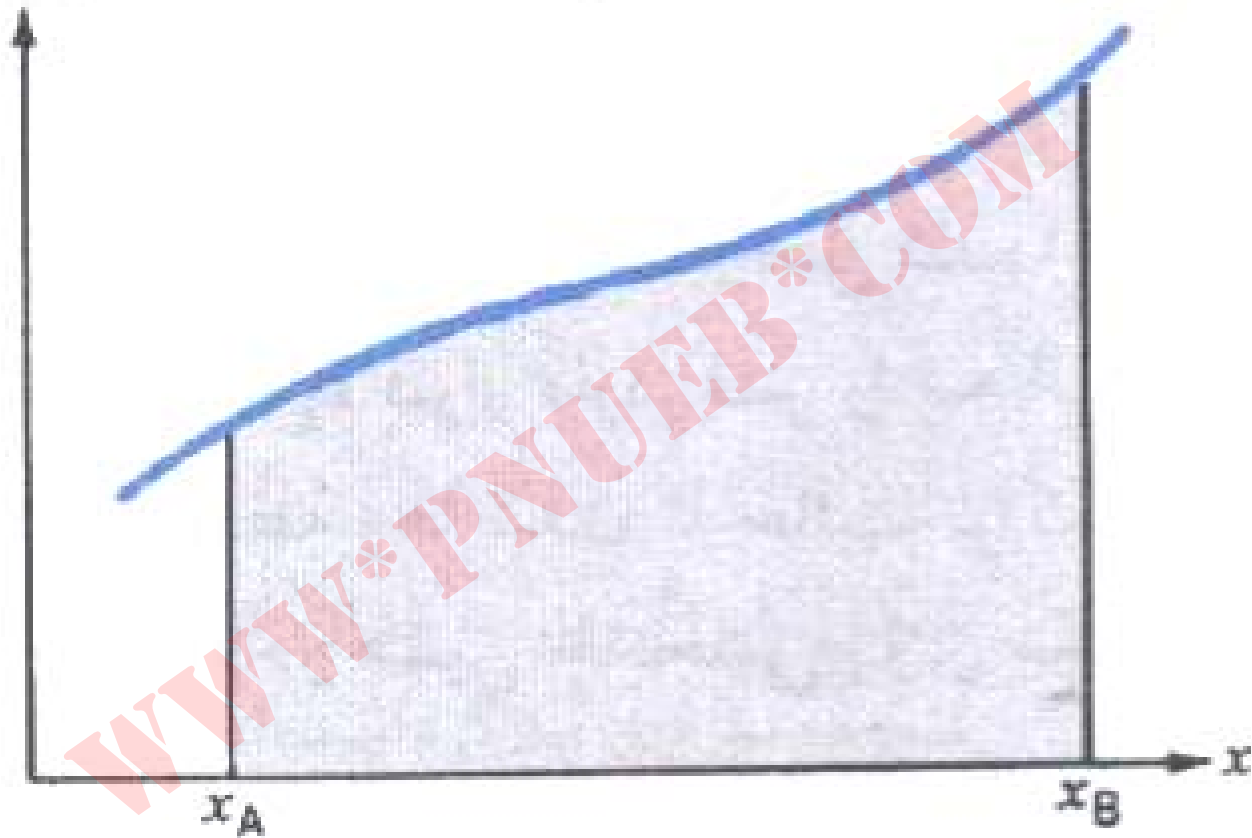


Payam Noor University Ebook

(الف) کار نیروی متغیر تقریباً برابر با حاصل جمع مساحت‌های مستطیلهاست.

$F(x)$

(ب)



(ب) مساحت کلی زیر منحنی از $\int F_x dx$ به دست می آید.

$$W \approx \sum F_n \Delta x_m$$

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \left(\sum F_n \Delta x_n \right) = \int F_x dx$$

$$W_{A \rightarrow B} = \int_{x_A}^B F_x dx$$

Payam Noor University Ebook

PNUeb

قضیه کار - انرژی جنبشی در یک بعد

$$W = F \Delta x = ma \Delta x$$

$$v_f^2 - v_i^2 = 2a \Delta x$$

$$W = \frac{1}{2} m v_f^2 - \frac{1}{2} m v_i^2$$

$$W_{\text{خالص}} = \Delta K$$

Payam Noor University Ebook

PNUeb

توان (آهنگ انجام کار)

$$\bar{P} = \frac{\Delta W}{\Delta t}$$

توان متوسط

$$P = \frac{dW}{dt}$$

توان لحظه‌ای

$$\frac{dW}{dt} = \vec{F} \cdot \frac{d\vec{s}}{dt}$$

$$P = \vec{F} \cdot \vec{v}$$

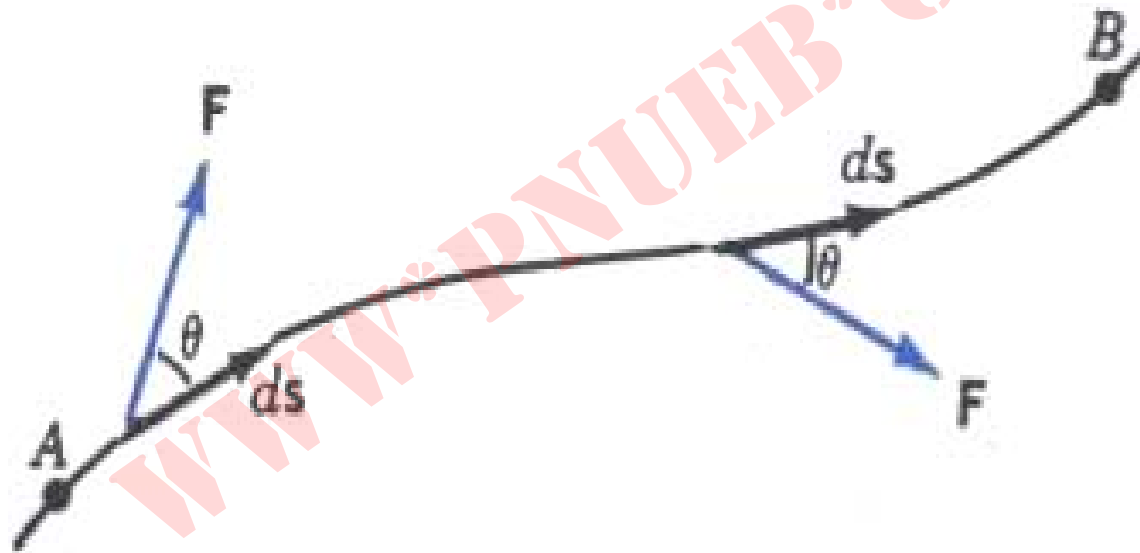
➤ يکاي SI ، توان J/S ، است که (به افتخار جيمز وات) وات (W) ناميده مي شود.

$$(1 \text{ hp} = 746 \text{ W})$$

Payam Nour University Ebook

PNUeb

کار و انرژی در سه بعد



ذره‌ای تحت اثر یک نیروی غیر ثابت روی مسیر منحنی حرکت می‌کند.

$$dW = \vec{F} \cdot d\vec{s}$$

$$W_{A \rightarrow B} = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{s} = \int_A^B F \cos \theta ds$$

$$d\vec{s} = dx\hat{i} + dy\hat{j} + dz\hat{k}, \quad \vec{F} = F_x\hat{i} + F_y\hat{j} + F_z\hat{k}$$

$$W_{A \rightarrow B} = \int_A^B F_x dx + \int_A^B F_y dy + \int_A^B F_z dz$$

مسائل فصل هفتم

$$\vec{F} = 2\hat{i} + 3\hat{j} + \hat{k}$$

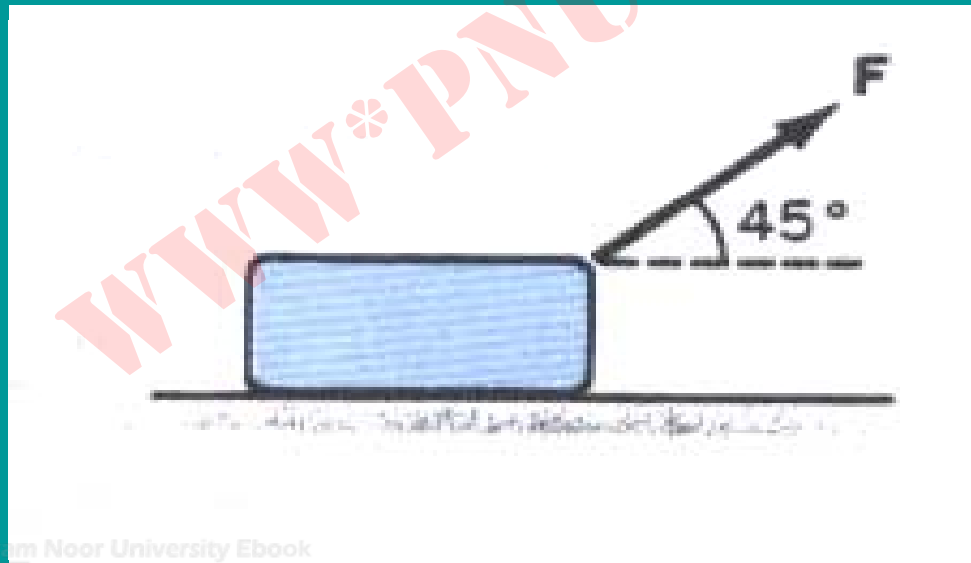
۱. ذره‌ای به جرم 3 kg تحت اثر نیروی

$$\vec{r}_2 = 4\hat{i} - 3\hat{j} - \hat{k}$$

مکان اولیه $\vec{r}_1 = 2\hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k}$ به مکان نهایی

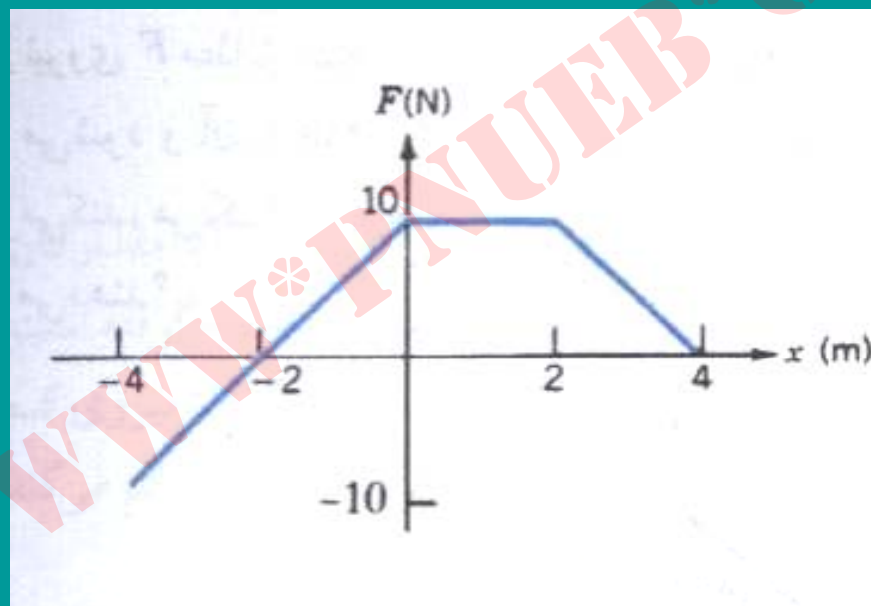
برده می‌شود. کار این نیرو روی ذره، چقدر است؟

۲. نیروی F مطابق شکل زیر تحت زاویه 45° بالای افق به جسمی به جرم 18 kg وارد می‌شود و آن را 2 m روی یک سطح افقی که ضریب اصطکاکش $\mu = 0.25$ است جابجا می‌کند، هر یک از نیروهای (الف) F ، (ب) اصطکاک، و (ج) ثقل چقدر کار روی جسم انجام می‌دهند؟



Payam Noor University Ebook

۳. نیرویی طبق نمودار شکل زیر با مکان تغییر می‌کند. کاری که این نیرو (الف) از $X = -4$ تا $X = +4m$ و (ب) از $X = 0$ تا $X = -2m$ انجام می‌دهد چقدر است؟



۴. گلوله‌ای به جرم 10 g با سرعت 400 m/s به تنه درختی برخورد می‌کند، به اندازه 25 cm در آن فرو می‌رود و متوقف می‌شود. نیروی متوسطی که در حین فرو رفتن به گلوله وارد می‌شود چقدر است؟

۵. با استفاده از قضیه کار – انرژی، نشان بدهید که کمترین مسافت توقف (از ترمز تا ایست کامل) برای اتومبیلی که با سرعت V در حرکت است از رابطه به دست می‌آید که در آن ضریب اصطکاک لغزشی چرخها با جاده است.

۶. اتومبیلی به جرم 1050 kg برای حرکت با سرعت ثابت 80 km/h به توانی برابر 12 hp نیاز دارد. (الف) کل نیرویی که در مقابل حرکت اتومبیل مقاومت می‌کند چقدر است؟ (ب) توانی که باید موتور به چرخها (ی عقب) بدهد تا اتومبیل بتواند با همین سرعت از یک شیب 15° بالا برود چقدر است؟

۷. نیروی خارجی لازم برای آنکه فنری را به اندازه X منبسط کند به صورت $F(x) = 16x + 0.5x^3 \text{ N}$ است. برای انبساط این فنر از $X = 1 \text{ m}$ تا $X = 2 \text{ m}$ چقدر کار لازم است؟

۸. قضیة کار-انرژی را در مورد حرکت سه بعدی ، تحت اثر نیروی متغیر ، اثبات کنید.

WWW*PNUeB*COM

Payam Noor University Ebook

PNUeb

...کتابخانه الکترونیک پیام نور....

فصل هشتم: پایستگی انرژی

هدف کلی

- آشنایی با مفهوم انرژی پتانسیل و قانون پایستگی انرژی مکانیکی

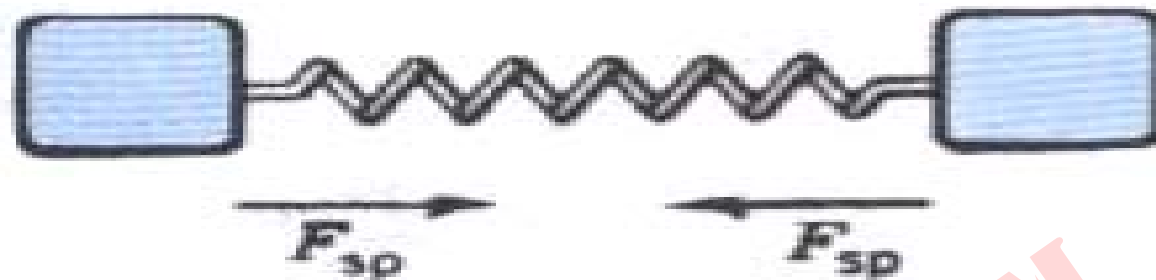
مطالب این فصل:

- انرژی پتانسیل
- نیروهای پایستار
- انرژی پتانسیل در نیروی پایستار
- تابع انرژی مکانیکی
- انرژی مکانیکی در نیروهای ناپایستار
- نیروی پایستار و تابع انرژی پتانسیل

انرژی پتانسیل



انرژی پتانسیل متعلق به هر دو جسمی است که با یکدیگر بر هم کنش دارند. در (الف) این انرژی متعلق به سیستم سیب - زمین است.

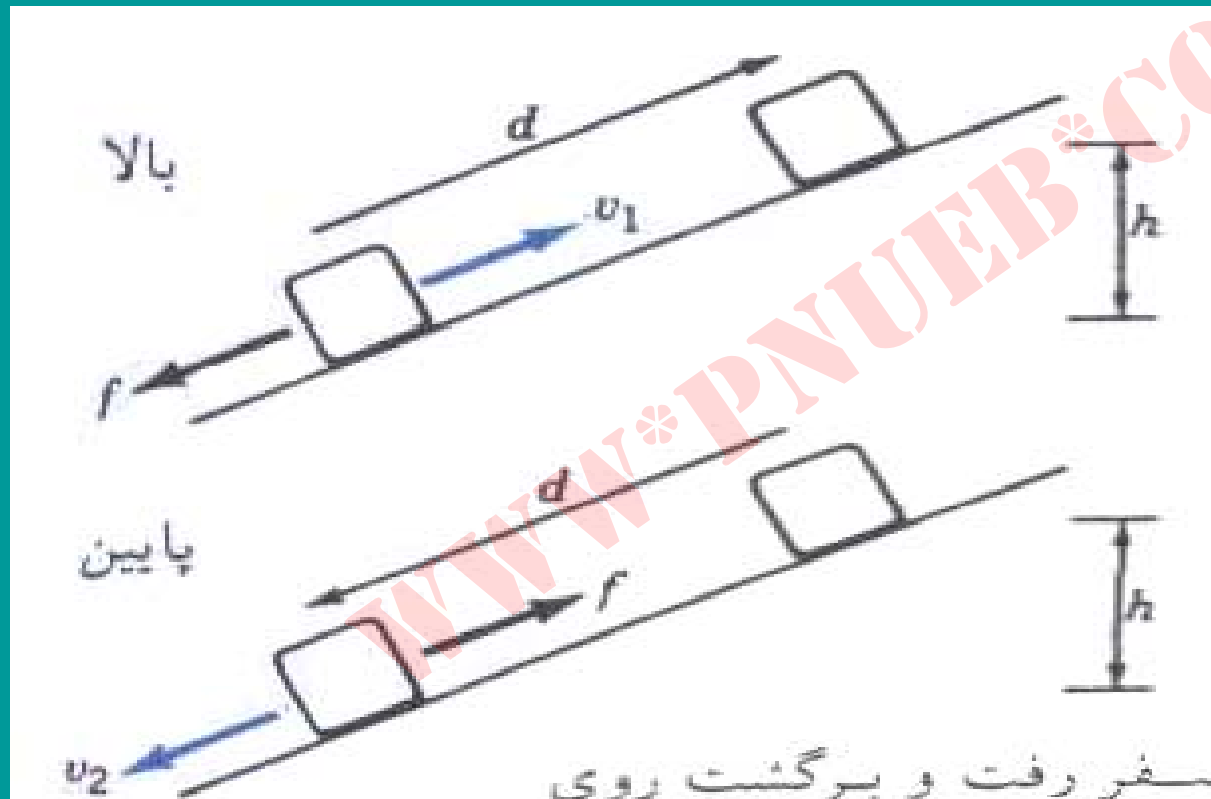


(ب)

در (ب) انرژی پتانسیل در فتر ذخیره می شود.

➤ انرژی پتانسیل يك سیستم عبارت است از کار خارجی لازم برای آنکه اجزای سیستم را با سرعت ثابت از وضعیت $U=0$ به وضعیت مشخص دیگری در بیاورد.

نیروهای پایستار

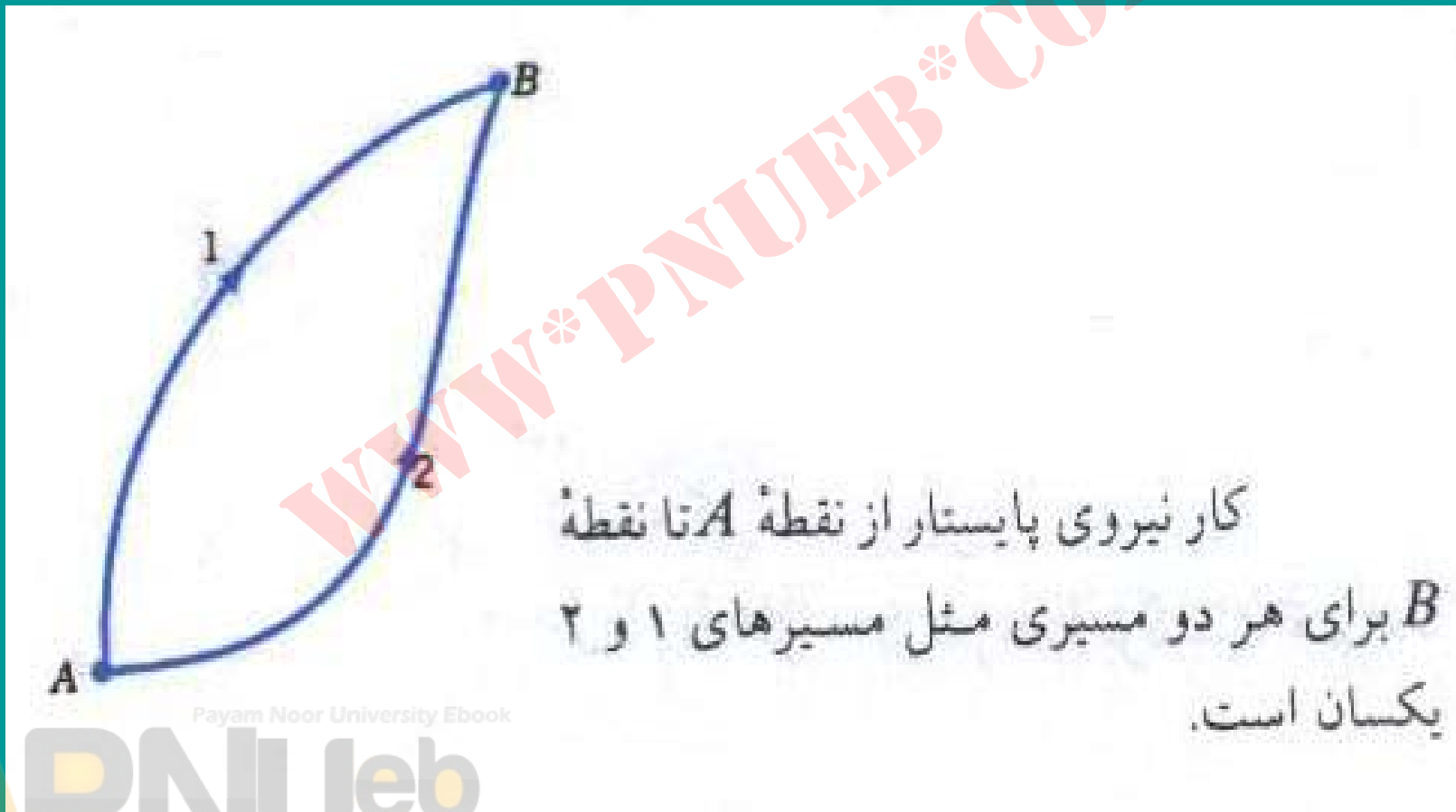


در یک سفر رفت و برگشت روی
سطح شیبدار، کار نیروی ثقل صفر است ولی
کار نیروی اصطکاک مقداری منفی است.

➤ ثقل نيرويي پايستار است ولي
اصطكاك ناپايستار.

➤ فقط به نيروهاي پايستار مي شود
انرژي پتانسيل وابسته كرد.

خواص نیروهای پایستار



$$W_{A \rightarrow B}^{(1)} = W_{B \rightarrow A}^{(2)}$$

$$\cdot W_{A \rightarrow B}^{(2)} = -W_{B \rightarrow A}^{(2)}$$

$$W_{A \rightarrow B}^{(1)} + W_{B \rightarrow A}^{(2)} = 0$$

یعنی کار نیروی پایستار در طی هر مسیر بسته‌ای صفر است.

Payam Noor University Ebook

انرژی پتانسیل در نیروهای پایستار

انرژی پتانسیل بر حسب کار نیروی پایستار

$$W_c = -\Delta U = -(U_f - U_i)$$

Payam Noor University Ebook

PNUeb

...کتابخانه الکترونیک پیام نور...

برای نیروی متغیر در سه بعد

$$dU = -dW_c = -\vec{F}_c \cdot d\vec{s}$$

$$U_B - U_A = -\int_A^B \vec{F}_c \cdot d\vec{s}$$

Payam Nour University Ebook

PNUeb

تابع انرژی پتانسیل

در مورد نیروی ثقل

$$W_g = -m g (y_f - y_i)$$

از طرفی

$$W_g = -\Delta U_g = -(U_f - U_i)$$

Payam Nour University Ebook

PNUeb

بنابراین (اگر مرجع پتانسیل در $y = 0$ و انرژی

پتانسیل در این نقطه $U_g = 0$ باشد:

$$U_g = mgy$$

به همین ترتیب برای نیروی فنر هم خواهیم داشت:

$$U_s = \frac{1}{2} k x^2$$

پایستگی انرژی مکانیکی

اگر ذره‌ای فقط تحت تاثیر نیروهای پایستار باشد:

$$\begin{cases} W_c = \Delta k \\ W_c = -\Delta U \end{cases}$$

قضیه کار - انرژی

تعریف انرژی پتانسیل

$$\Delta k = -\Delta U$$

بنابراین:

یا

$$\Delta k + \Delta U = 0$$

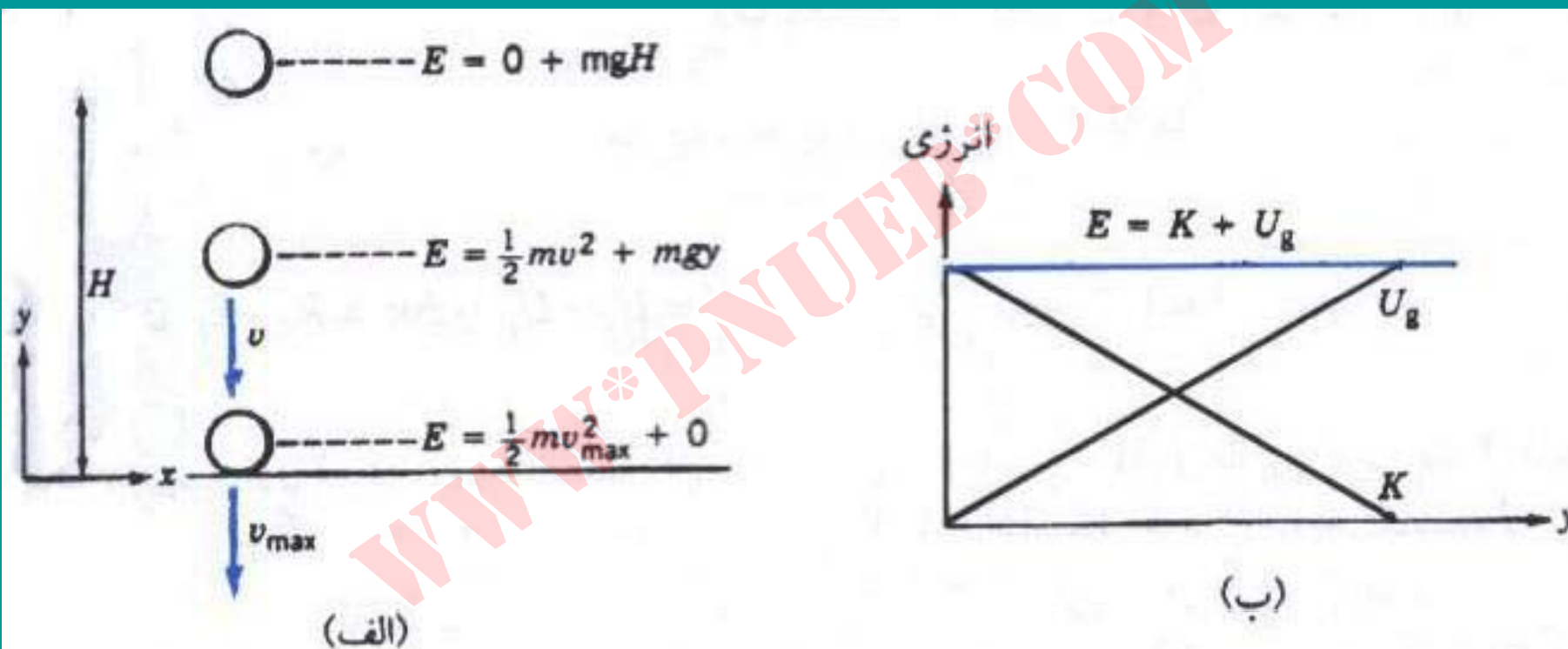
$$k_f + U_f = k_i + U_i$$

برحسب انرژیهای اولیه و نهایی

$$E_f = E_i \text{ یا } \Delta E = 0$$

برحسب انرژیهای مکانیکی

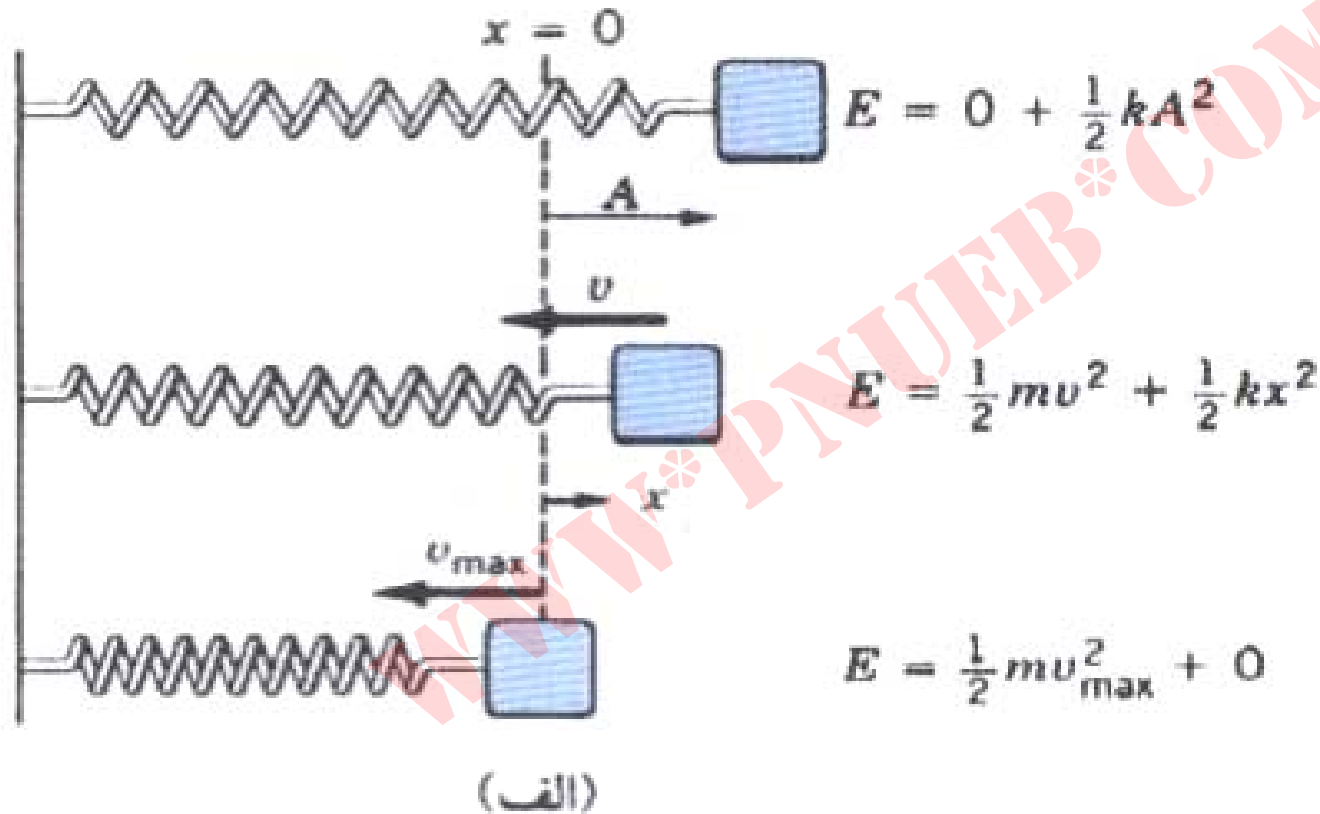
پایستگی انرژی مکانیکی در سقوط آزاد



(الف) جسمی از ارتفاع H سقوط می‌کند و در حین حرکت انرژی پتانسیل آن به

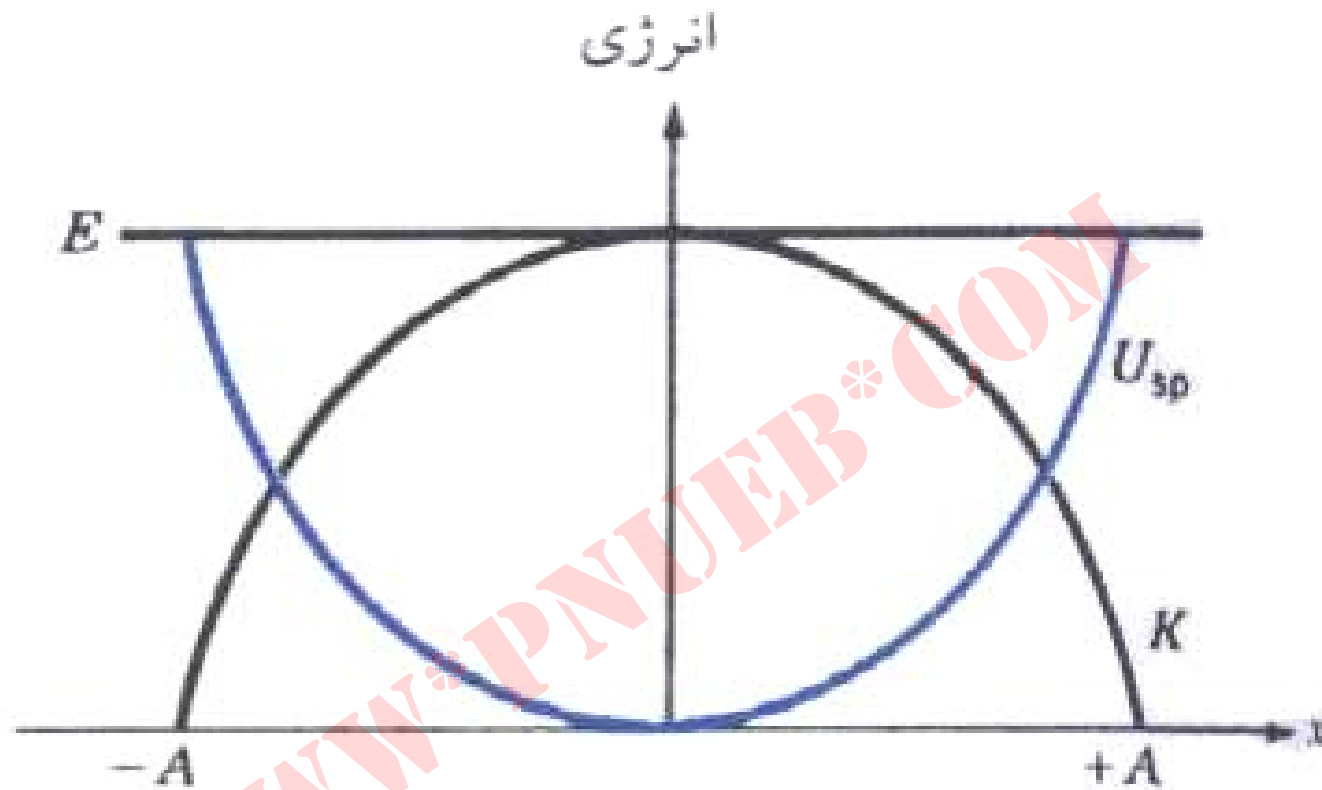
انرژی جنبشی تبدیل می‌شود. (ب) انرژیهای پتانسیل و جنبشی بر حسب ارتفاع y به صورت خطی تغییر می‌کنند اما مجموع این انرژیها در تمام لحظات ثابت می‌ماند.

پایستگی انرژی مکانیکی در سیستم وزنه و فنر



(الف) در حداکثر انبساط فنر یعنی در $x=A$ ، انرژی سیستم برابر $E = \frac{1}{2}kA^2$

است. در $x=0$ ، انرژی سیستم $E = \frac{1}{2}mv_{max}^2$ است.



(ب)

(ب) تغییرات k و U با x انرژی

سیستم وزنه - فنر در حین حرکت $(E = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2)$ مقدار ثابتی است.

نکاتی درباره کاربرد پایستگی انرژی در حل مسائل:

۱. در حالت کلی ممکن است بیش از یک ذره در انرژی جنبشی سیستم سهم باشد، و امکان دارد بیش از یک نوع انرژی پتانسیل (مثلاً هم پتانسیل گرانشی و هم پتانسیل فنر) در کار باشد.

۲. اگر اصل پایستگی انرژی مکانیکی را به صورت

$$K_f + U_f = K_i + U_i$$

به کار می‌برید ، باید سطح مرجع پتانسیل ، (یعنی $U=0$) را مشخص کنید. در مورد فنر همیشه مکان مرجع ($U_s=0$) را در $X=0$ بگیرید. در مورد پتانسیل ثقلی ، هر سطح مناسب مثلاً سطح زمین یا سطح میز را می‌توانید به عنوان سطح مرجع ($U_g=0$) انتخاب کنید ،

اما اگر این مرجع در پایین‌ترین سطح مطرح شده در مسئله انتخاب شود، خوبی‌اش این خواهد بود که همه مقادیر پتانسیل نسبت به آن مثبت خواهند بود. اگر هم با U_S و هم با U_g سر و کار داشته باشیم، لزومی ندارد که سطح مرجع آنها یکی باشد.

اگر از شکل $\Delta K + \Delta U = 0$ استفاده می‌کنید، نیازی نیست که برای انرژی پتانسیل سطح مرجع در نظر بگیرید، چون در این شکل فقط تغییرات این انرژی مطرح است، اما باید مواظب باشید که علامت این تغییرات را درست تعیین کنید.

انرژی مکانیکی و نیروی ناپایستار

وقتی هم نیروی پایستار و هم نیروی ناپایستار
در سیستم داشته باشیم:

$$W_{\text{کل}} = W_c + W_{Nc} = \Delta k$$

$$W_c = -\Delta U$$

$$W_{Nc} = \Delta K + \Delta U$$

یا

$$\Delta E = E_f - E_i = W_{Nc}$$

Payam Noor University Ebook

PNUeb

نیروی پایستار و تابع انرژی پتانسیل

در یک بعد:

$$dU = -F_c dx$$

$$F_x = -\frac{dU}{dx}$$

Payam Noor University Ebook

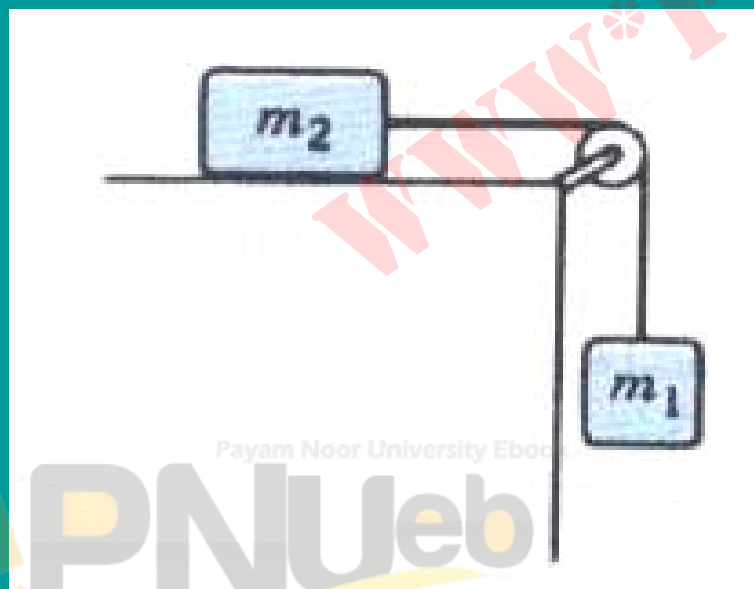
PNUeb

به طور کلی ، هر مؤلفه یك نیروی
پایستار برابر با منفي مشتق تابع
انرژی پتانسیل در جهت همان محور است.
علامت منفي متضمن این معنی است
که نیرو در جهت کاهش انرژی پتانسیل است.

مسائل فصل هشتم

۱. در سیستمی که در شکل زیر نشان داده شده، $m_1 = 0.5 \text{ kg}$ و $m_2 = 1.5 \text{ kg}$ است. سطح افقی اصطکاک ندارد و جرم قرقره ناچیز است. اگر جرمها در ابتدا بی حرکت باشند، سرعت m_1 در لحظه‌ای که به اندازه

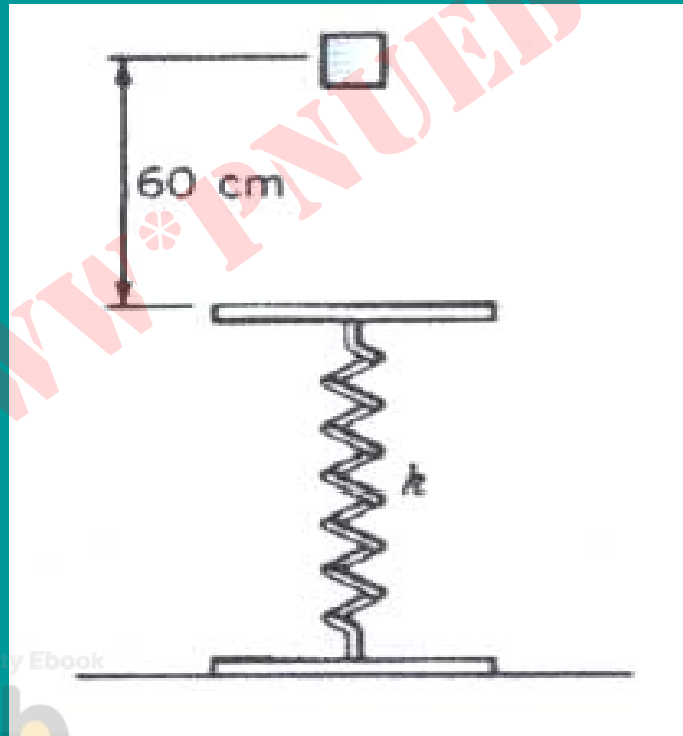
60 cm سقوط کرده چقدر است؟



۲. قطعه‌ای به جرم 500 g از ارتفاع 60 cm روی فنر قائمی با ثابت N/m

120 سقوط می‌کند (شکل زیر). حداکثر انقباض این فنر چقدر خواهد

بود؟ (پیدا کردن جواب مستلزم حل یک معادله درجه دو است).

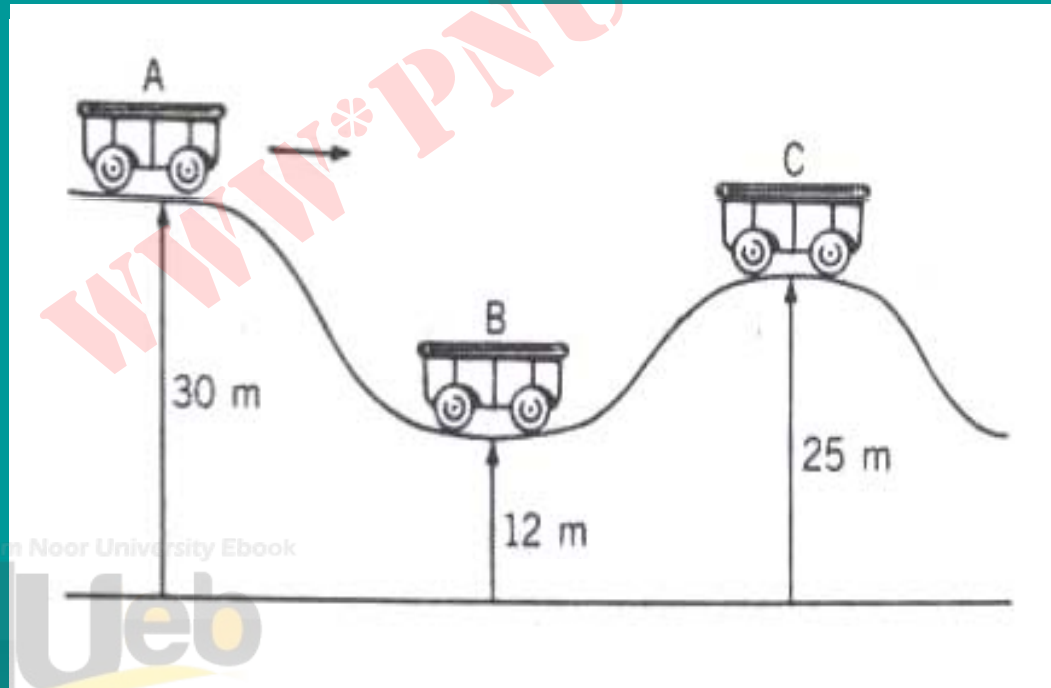


Payam Noor University Ebook

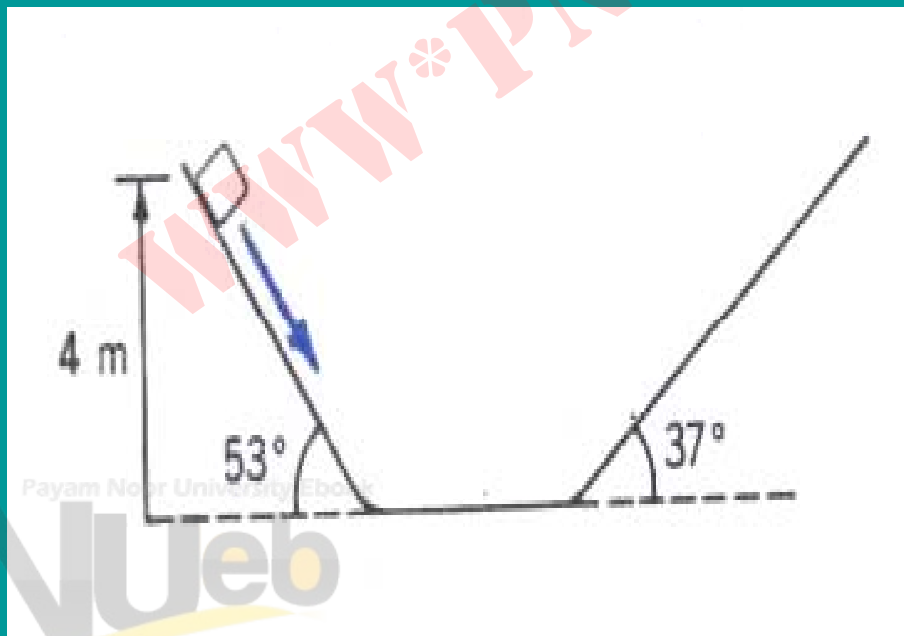
PNUeB

۳. در يك پارک تفریحی ارابه‌ای روی مسیری که در شکل زیر نشان داده شده است حرکت می‌کند. جرم ارابه و مسافران آن 600 kg است. سرعت ارابه در نقطه A برابر با 12 m/s است.

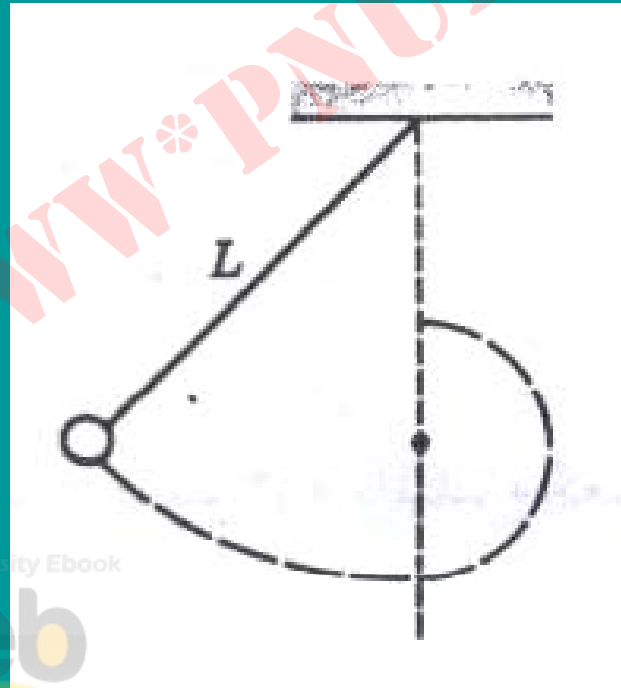
فرض کنید اصطکاک ناچیز است، و سرعت این ارابه را در نقاط B و C پیدا کنید ارتفاع نقاط A و B و C از سطح زمین به ترتیب 30 m ، 12 m ، و 25 m است.



۴. در شکل زیر، مکعبی به جرم 1 kg در ارتفاع 4 m از سطح زمین روی سطح شیب‌داری به زاویه 53° با سرعت 2 m/s در حال پایین آمدن است. این مکعب در پایین شیب یک مسیر افقی به طول 3 m را می‌پیماید و سپس از شیب 37° بالا می‌رود. اگر ضریب اصطکاک جنبشی برای تمام قسمتهای مسیر 0.4 باشد، مکعب تا چه ارتفاعی می‌تواند خودش را از شیب 37° بالا بکشد؟



۵. ذره‌ای تحت اثر نیروی ثابت $\vec{F} = 2\hat{i} - 5\hat{j}$ از نقطه $3\hat{i} + 5\hat{j}$ به نقطه‌ای با طول تغییر از مرکز می‌دهد که (نیرو آن بر افقی پسندنی توها می‌کنیم جابجایی گلوله با آونگ اپلیتی). تغییر در انرژی پتانسیل می‌باشد که این رخا جابجایی L چقدر زیارستقله آویز شده است گیر می‌کند. نشان بدهید که کمترین مقدار L برای آنکه گلوله آونگ بتواند دایره کاملی را به دور میخ طی کند برابر با $3L/5$ است.



Payam Nour University Ebook

PNUeb

۷. در شکل زیر ، قطعه‌ای به جرم m از ارتفاع H روی مسیر شیب‌دار بدون

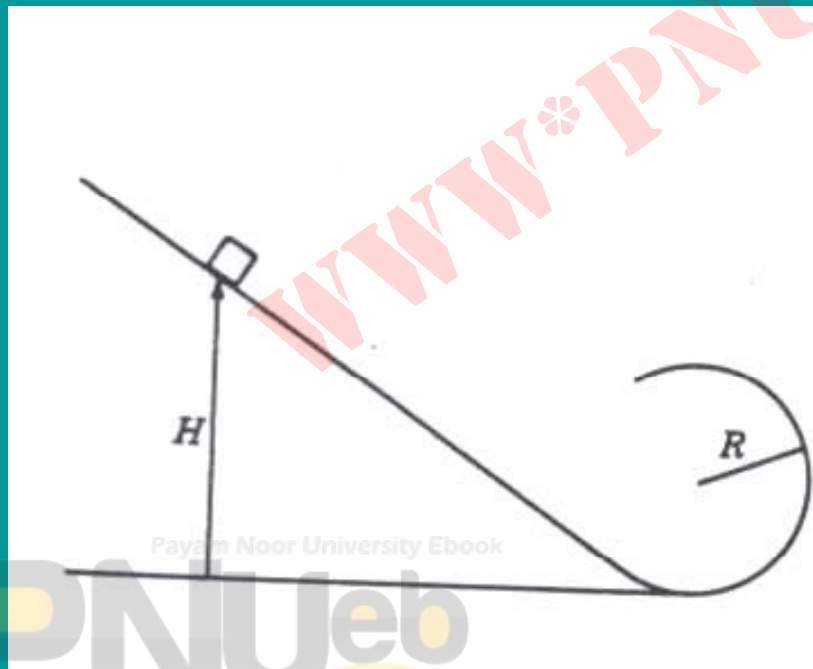
اصطکاک می‌لغزد. این مسیر در انتهایش به صورت دایره قائمی به شعاع

R در می‌آید. (الف) حداقل H باید چقدر باشد تا قطعه در بالاترین نقطه

دایره از مسیر جدا نشود؟ (ب) اگر قطعه از ارتفاعی برابر با دو برابر این

ارتفاع حداقل ، شروع به حرکت کند ، نیرویی

طرف مسیر به آن وارد می‌شود چقدر است؟



۸. کودکی در آلاسکا از بالای یک کومه یخی به شکل نیمکره‌ای به شعاع R ، از حالت سکون شروع به لغزش می‌کند. فرض کنید اصطکاک ناچیز است. (الف) در چه زاویه‌ای، نسبت به خط قائم، تماس کودک با سطح قطع می‌شود. (یعنی از سطح جدا می‌شود؟) (ب) اگر اصطکاک وجود داشت آیا این قطع تماس در ارتفاع بیشتری اتفاق می‌افتاد یا در ارتفاع کمتری؟

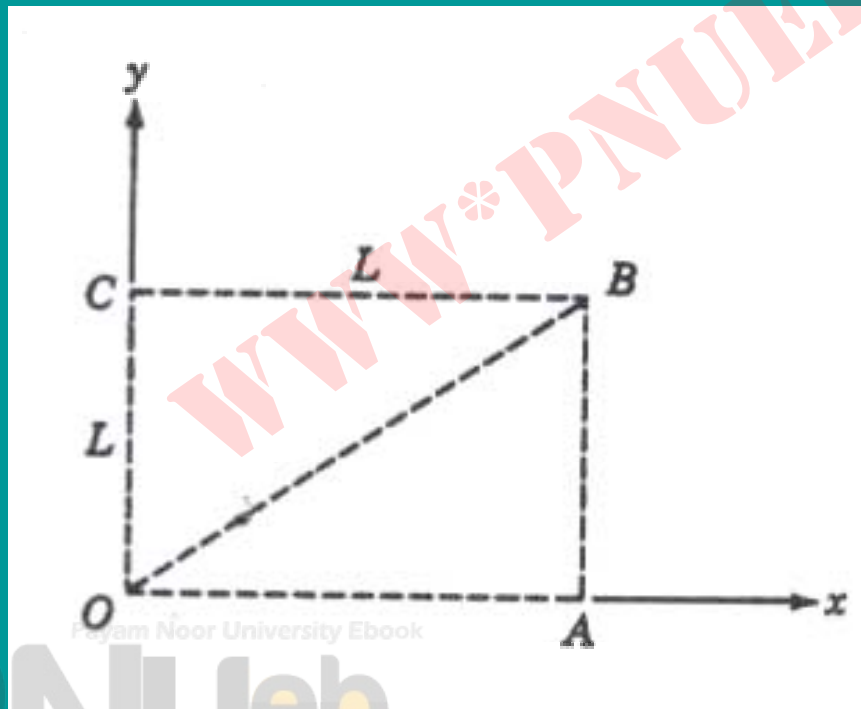


۹. نیرویی به صورت $(X, Y) = XY^2$ تغییر می‌کند. با توجه به شکل زیر،

حاصل را از نقطه O تا نقطه B از طریق مسیرهای زیر محاسبه کنید:

(الف) OA و سپس AB ؛ (ب) OC و سپس CB ، آیا این نیرو پایستار

است؟



فصل نهم: تكانه خطي

■ آشنایي بامفهوم تكانه خطي و اصل پايستگي تكانه خطي

هدف كلي

مطالب اين فصل:

■ تكانه خطي

■ پايستگي تكانه خطي

■ برخورد الاستيك در يك بعد

■ ضربه

■ مقایسه تكانه خطي با انرژي جنبشي

تكانه خطي

$$\vec{P} = m\vec{v}$$

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

صورت كلي قانون دوم

پايستگي تكانه خطي يك ذره در غياب نيرو

$$\vec{F} = 0 \Rightarrow \frac{d\vec{p}}{dt} = 0 \Rightarrow \vec{p} = \text{ثابت}$$

پایستگی تکانه خطی در برخورد

در برخورد دو ذره:

$$\vec{F}_{21} = \frac{d\vec{p}_2}{dt}, \vec{F}_{12} = \frac{d\vec{p}_1}{dt}$$

$$\Delta\vec{P}_1 = \int_t \vec{F}_{12} dt = \vec{F}_{12} \Delta t$$

$$\Delta \vec{P}_2 = \int_t \vec{F}_{21} dr = \vec{F}_{21} \Delta t$$

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$

$$\Delta \vec{P}_1 = -\Delta \vec{P}_2$$

$$\Delta \vec{P}_1 + \Delta \vec{P}_2 = 0$$

Payam Noor University Ebook

PNUEB

پایستگی تکانه خطی در غیاب نیروی خارجی

در برخورد دو ذره، در حضور نیروهای خارجی \mathbf{F}_e :

$$\vec{F}_{1e} + \vec{F}_{12} = \frac{d\vec{p}_1}{dt} \quad (\text{برای } m_1)$$

$$\vec{F}_{2e} + \vec{F}_{21} = \frac{d\vec{p}_2}{dt} \quad (\text{برای } m_2)$$

اگر این معادلات را جمع کنیم:

$$(\vec{F}_{1e} + \vec{F}_{2e}) = \frac{d\vec{p}_1}{dt} + \frac{d\vec{p}_2}{dt} = \frac{d}{dt}(\vec{p}_1 + \vec{p}_2)$$

$$\sum \vec{F}_{iE} = \frac{d}{dt} \sum \vec{P}_i$$

یعنی

یا (برای هر سیستمی با هر تعداد ذره)

$$\vec{F}_{Ext} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

انواع برخورد

تکانه خطي و انرژی جنبشی سیستم ثابت می ماند.

الاستیک

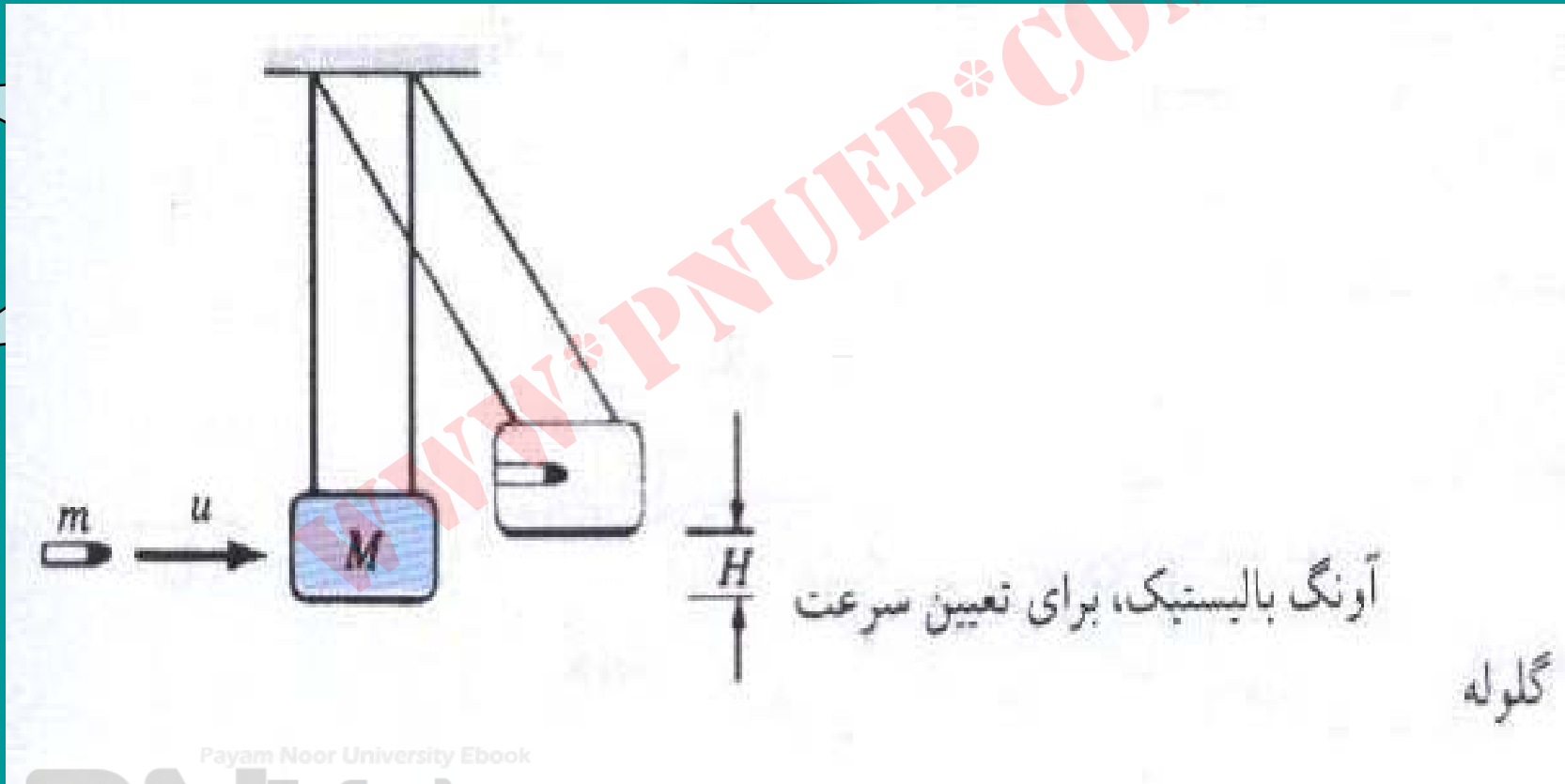
فقط تکانه خطي سیستم ثابت می ماند.

غیرالاستیک

■ در برخورد غیرالاستیک، انرژی جنبشی کل ذرات تغییر می کند. مقداری از انرژی جنبشی صرف تغییر شکل یا ساختار داخلی می شود

■ در برخورد کاملاً غیرالاستیک دو جسم کاملاً به هم جفت می شوند یا می چسبند.

آونگ بالستیک



مرحله اول : برخورد کاملاً غیر الاستیک

$$mu=(m+M)V$$

مرحله دوم: تبدیل انرژی جنبشی به پتانسیل

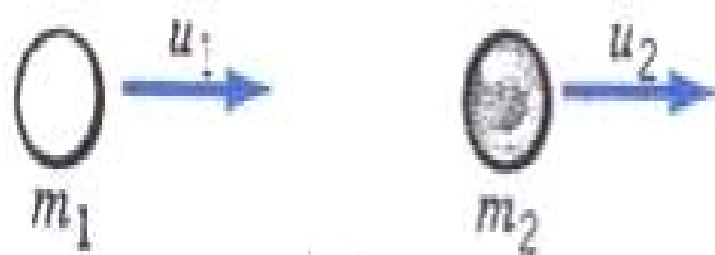
$$\frac{1}{2}(m+M)V^2 = (m+M)gH$$

$$u = \frac{(m+M)}{m} \sqrt{2gH}$$

از این روابط

نتیجه می شود

برخورد الاستیک در یک بعد



برخورد الاستیک دو گلوله در یک بعد، همه سرعتها را در یک راستا گرفته ایم تا تحلیل مسئله ساده تر شود.

Payam Noor University Ebook

PNUEB

$$m_1 u_1 + m_2 u_2 = m_1 v_1 + m_2 v_2$$

$$\frac{1}{2} m_1 u_1^2 + \frac{1}{2} m_2 u_2^2 = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2$$

$$m_1(u_1 - u_1) = m_2(v_2 - u_2)$$

$$m_1(u_1^2 - u_1^2) = m_2(v_2^2 - u_2^2)$$

$$v_2 - v_1 = -(u_2 - u_1)$$

از روابط فوق

نتیجه می شود

در برخورد الاستیک یک بعدی، سرعت نسبی ذرات (قبل و بعد از برخورد) از لحاظ مقدار تغییری نمی کند ولی از لحاظ جهت معکوس می شود.

حالت خاص: جرمهاي برابر $\mathbf{m}_1 = \mathbf{m}_2 = \mathbf{m}$

$$\begin{cases} u_1 + u_2 = v_1 + v_2 & \text{(تکانه)} \\ u_1 - u_2 = -v_1 + v_2 & \text{(سرعت نسبي)} \end{cases}$$

و نتیجه مي شود که

$$v_1 = u_2 \text{ و } v_2 = u_1$$

Payam Noor University Ebook

در واقع دو جسم در برخورد سرعتهايشان را با هم عوض مي کنند.

جرم‌هاي نامساوي و هدف ساكن ($\mathbf{u} = \mathbf{0}$)

در اين صورت داريم:

$$\begin{cases} m_1 u_1 = m_2 v_1 + m_2 v_2 & \text{(تكانه)} \\ v_2 - v_1 = u_1 & \text{(سرعت نسبي)} \end{cases}$$

با استفاده از این معادلات می‌توانیم سرعت‌های نهایی را بر حسب u_1 پیدا کنیم.

$$v_1 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} u_1$$

$$v_2 = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} u_1$$

Payam Noor University Ebook

PNUeb

ضربه

ضربه وارد بر يك ذره، طبق تعريف، برابر با تغيير تكانه خطي آن ذره است:

$$\vec{I} = \Delta \vec{P} = \vec{P}_f - \vec{P}_i$$

بنابراين، ضربه (I) هم يك كميت برداري است و با همان يكاي تكانه خطي، يعني kg.m/s اندازه گيري مي شود. توجه كنيد كه ضربه هميشه در جهت تغيير تكانه است.

$$\vec{F} \text{ است. } \frac{\Delta \vec{P}}{\Delta t} \quad \text{و چون}$$

پس

$$\vec{I} = \Delta \vec{P} = \vec{F} \Delta t$$

يعني در يك ضربه هر چه زمان برخورد کوتاهتر باشد نيروي بيشتري به جسم اثر مي کند.

تکانه خطي و انرژی جنبشي

$$\Delta \vec{P} = \vec{F} \Delta t$$

$$\Delta k = F \Delta x$$

$$F = \frac{\Delta P}{\Delta t}$$

$$F = \frac{\Delta k}{\Delta x}$$

يعني نیرو به عبارتي آهنگ تغيير تکانه خطي نسبت به زمان است و ، به عبارتي ديگر ، آهنگ تغيير انرژی جنبشي نسبت به مکان ، اگر نیرو ثابت نباشد ، از اين دو عبارت مقادير متفاوتي براي «متوسط» نیرو به دست مي آيد ، چون يکي ميانه گين زماني است و ديگري ميانه گين مكاني.

مسائل فصل نهم

۱. يك گلوله ۲۰ گرمي و يك دونه ۶۰ كيلوگرمي را در نظر بگيريد.

(الف) اگر تکانه آنها مساوي باشد ، نسبت انرژيهاي جنبشي شان چقدر است ؟

(ب) اگر انرژي جنبشي آنها برابر باشد ، نسبت تکانه هایشان چقدر است ؟

۲. يك جسم ۱۰ كيلوگرمي كه سرعت 6 m/s در حرکت است

ناگهان منفجر و به دو قطعه مساوي تقسيم مي شود. يكي از قطعه ها با

سرعت m/s \vec{j} پرتاب مي شود. سرعت قطعه دوم چقدر است ؟

Payam Noor University Book

PNUeb

۳. جسمي به جرم $m_1 = 2 \text{ kg}$ که با سرعت u_1 در حرکت است با جسم ساکنی به جرم $m_2 = 3 \text{ kg}$ به طور کاملاً غیرالاستیک برخورد می کند؛ این برخورد یک بعدی است. اگر 60 J انرژی جنبشی در این برخورد تلف شده باشد، u_1 چقدر است؟

۴. یک وانت به جرم 1500 kg که با سرعت 20 m/s در حرکت است از عقب به یک سواری به جرم 1000 kg که پشت چراغ قرمز متوقف شده است می زند. اتومبیل ها درهم گیر می کنند. اگر ضریب اصطکاک جنبشی میان لاستیک و آسفالت $\mu_k = 0.5$ باشد تعیین کنید که این مجموعه (با چرخهای قفل شده) چقدر روی زمین کشیده می شود؟ فرض کنید سرعت

مجموعه در همان امتداد سرعت اولیه وانت است.

۵. گلوله‌ای به جرم $15g$ به طور افقی به یک مکعب چوبی به جرم $2kg$ که در انتهای سیمی به طول $1.2m$ آویزان شده است شلیک می‌شود و در آن فرو می‌رود. پس از برخورد، مکعب به حرکت در می‌آید و سیم تا 20° از امتداد قائم منحرف می‌شود. (الف) سرعت اولیه گلوله، و (ب) درصد اتلاف انرژی جنبشی را حساب کنید.

۶. گلوله آونگی به جرم m از ارتفاع H ، نسبت به پایین ترین وضعیتش ،

رها می شود و در پایین ترین نقطه مسیر با گلوله ساکن آونگ دیگری به

جرم m برخورد می کند. طول نخ آونگها مساوی است. (الف) اگر برخورد

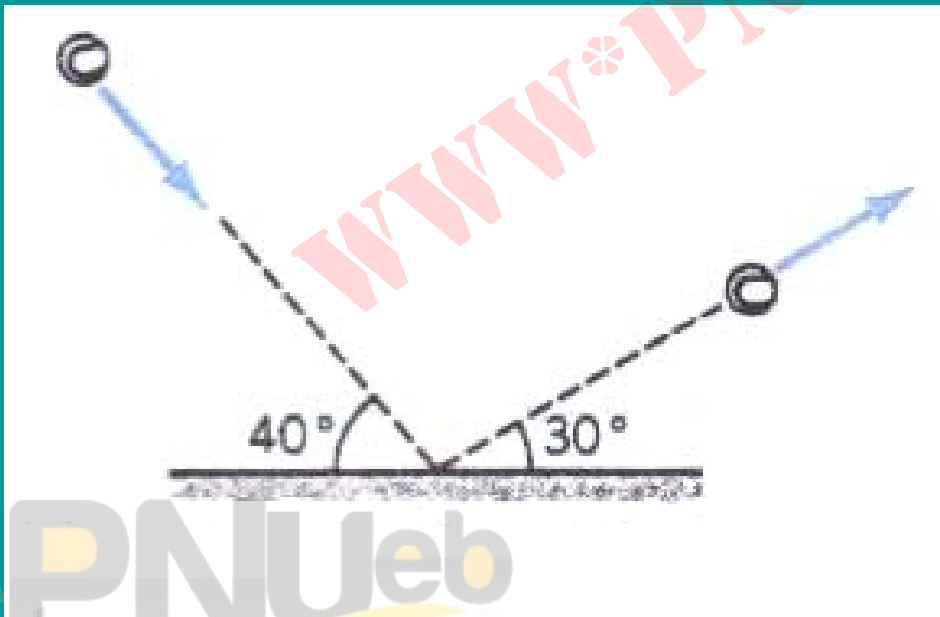
کاملاً غیرالاستیک باشد ، مجموعه گلوله ها تا چه ارتفاعی بالا می رود؟ (ب)

اگر برخورد صدم درصد الاستیک فرض شود ، هر یک از گلوله ها تا چه

ارتفاعی بالا می رود؟

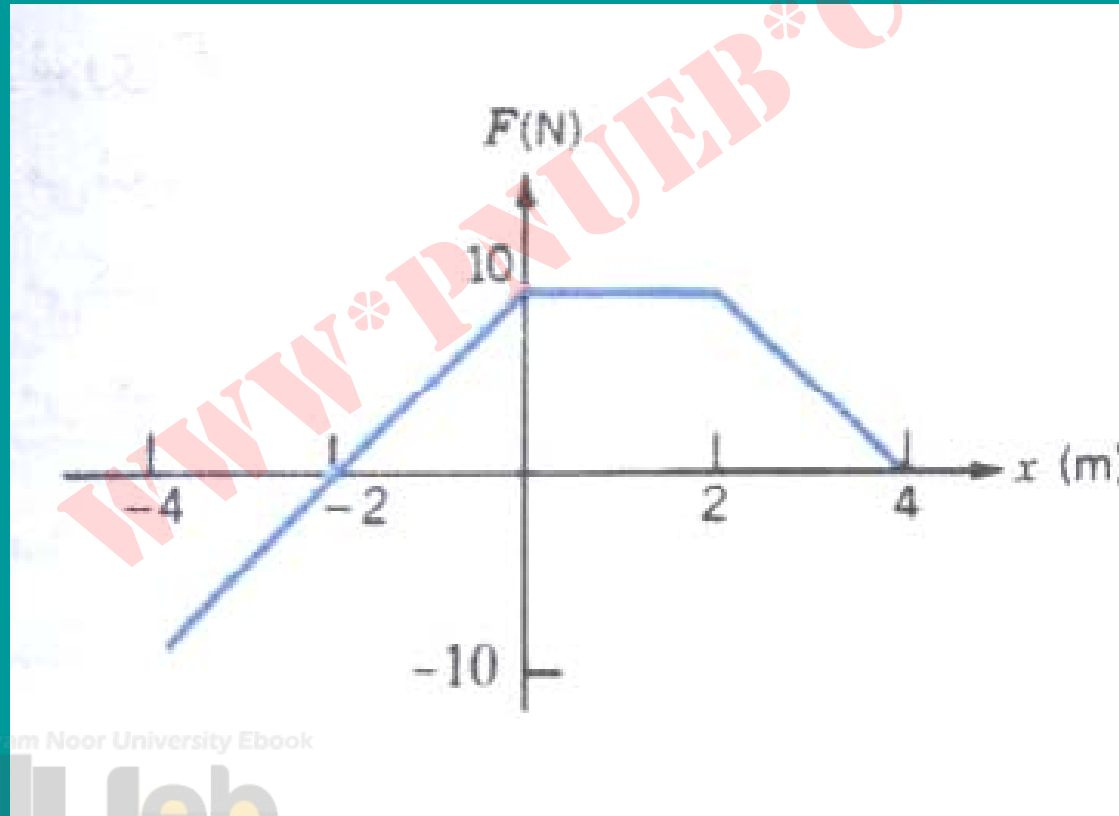
۷. يك گلوله ۱۰ گرمي با سرعت 40.0 m/s به يك قالب چوبي شليك مي شود و با سرعت 10.0 m/s از طرف ديگر قالب بيرون مي آيد. اگر گلوله به مدت 1 s در قالب در حرکت بوده باشد، چه نيروي متوسطي به آن وارد کرده است؟

۸. يك توپ تنيس به جرم 60 g با سرعت 25 m/s تحت زاويه 40° نسبت به افق به زمين مي خورد و با سرعت 20 m/s تحت زاويه 30° نسبت به افق وامي جهد (نگاه كنيد به شكل زير). (الف) ضربه وارد بر توپ را پيدا كنيد. (ب) به فرض انكه اين برخورد 5 ms طول كشيده باشد، نيروي متوسط وارد بر توپ را پيدا كنيد.



۹. از منحنی F بر حسب t در شکل زیر، کمیت‌های زیر را حساب کنید:

(الف) ضربه، و (ب) نیروی متوسط.



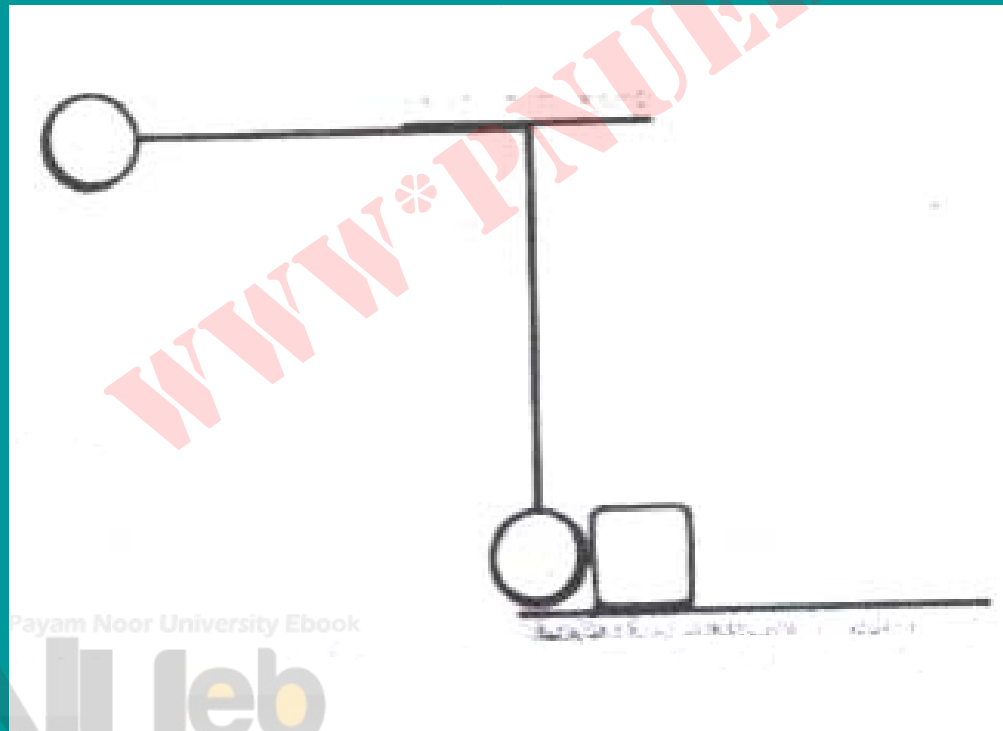
Payam Noor University Ebook

۱۰. دو ذره به جرمهای m_1 و m_2 با سرعتهای u_1 و u_2 از روبرو باهم برخورد می کنند و به هم می چسبند. نشان بدهید که اتلاف انرژی در این

برخورد برابر است با

$$\frac{m_1 m_2 (u_1 + u_2)^2}{2(m_1 + m_2)}$$

۱۱. آونگی که جرم گلوله اش 500 g و طول نخ آن 1 m است از وضعیت افقی رها می شود (شکل زیر) و با مکعبی به جرم M که روی سطح بدون اصطکاکی قرار گرفته است به طور الاستیک برخورد می کند. گلوله آونگ پس از برخورد تا چه ارتفاعی بالا می رود، در صورتی که (الف) $M=25\text{ kg}$ و (ب) $M=200\text{ g}$ باشد؟



Payam Noor University Ebook

PNUEB

فصل دهم: سیستم ذرات

■ آشنایی با مفهوم مرکز جرم و کاربرد معادلات حرکت در مورد سیستم‌های ذرات و اجسام صلب.

هدف کلی

مطالب این فصل:

- مرکز جرم
- مرکز جرم اجسام
- حرکت مرکز جرم
- انرژی جنبشی سیستم ذرات

مرکز جرم (سیستم متشکل از ذرات)

$$\vec{r}_{CM} = \frac{m_1 \vec{r}_1 + m_2 \vec{r}_2 + \dots + m_N \vec{r}_N}{m_1 + m_2 + \dots + m_N}$$

$$\vec{r}_{CM} = \frac{\sum m_i \vec{r}_i}{M}$$

که در آن $M = \sum m_i$ جرم کل سیستم است. مؤلفه‌های رابطه بالا عبارتند از

Payam Noor University Ebook

PNUeb

$$x_{CM} = \frac{\sum m_i x_i}{M},$$

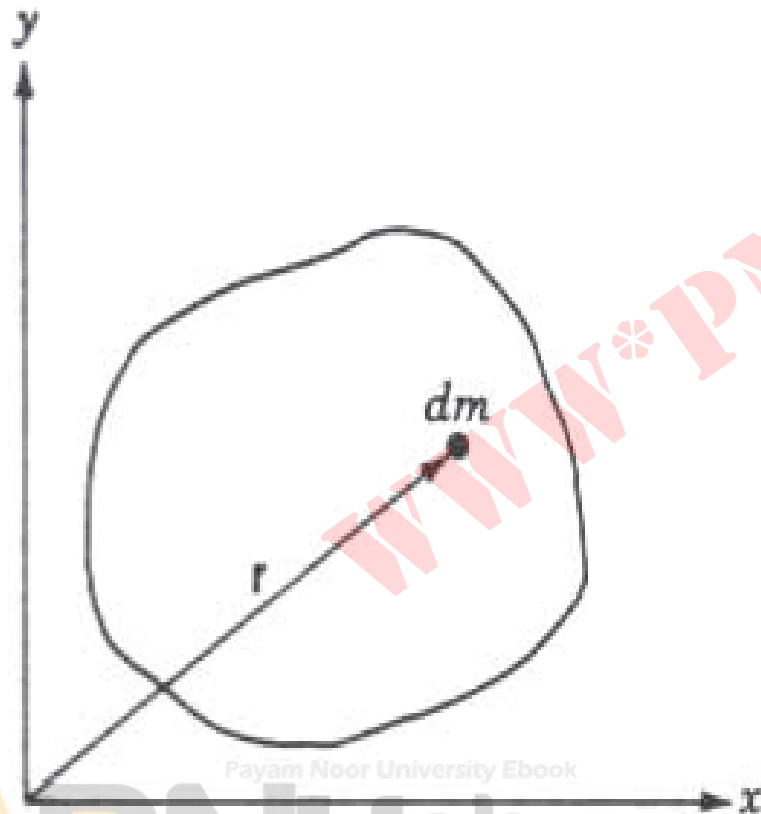
$$y_{CM} = \frac{\sum m_i y_i}{M},$$

$$z_{CM} = \frac{\sum m_i z_i}{M}$$

مرکز جرم در واقع نوعی «مکان میانگین» اجزای سیستم است.

Payam Noor University Ebook

مرکز جرم اجسام جامد



شکل ۷. برای پیدا کردن مرکز جرم یک سیستم پیوسته باید سهم همه عناصر dm را که تعدادشان بینهایت زیاد است به حساب بیاوریم. یعنی باید از این سهمها روی تمام جسم انتگرال بگیریم.

$$\vec{r}_{CM} = \frac{1}{M} \int \vec{r} dm$$

$$x_{CM} = \frac{1}{M} \int x dm$$

$$y_{CM} = \frac{1}{M} \int y dm \quad ,$$

$$z_{CM} = \frac{1}{M} \int z dm$$

حرکت مرکز جرم

$$r_{CM} = \frac{\sum m_i r_i}{M}$$

$$v_{CM} = \frac{\sum m_i v_i}{M}$$

$$M v_{CM} = \sum m_i v_i = m_1 v_1 + m_2 v_2 + \dots + m_N v_N$$

Payam Noor University Ebook

PNUeb

$$\vec{P} = M \vec{v}_{CM}$$

يعني تکانه کل سیستم معادل است با تکانه تک ذره‌اي

(فرضي) به جرم M که با سرعت \vec{v}_{CM} در حرکت باشد.

$$\frac{d}{dt} (M \vec{v}_{CM}) = \frac{d}{dt} \sum m_i \vec{v}_i$$

$$M \vec{a}_{CM} = \sum m_i \vec{a}_i = \sum \vec{F}_i$$

Payam Noor University Book

$$\sum F_i^p = F_{Ext}^p$$

$$F_{Ext}^p = M a_{CM}$$

يعني مركز جرم سيستم طوري شتاب مي گيرد كه انگار تك ذره اي
(فرضي) به جرم M در مركز جرم قرار گرفته است و برايند نيروهاي
خارجي در همين نقطه به آن اثر مي كند.

$$\vec{F}_{Ext} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

$$\vec{F}_{Ext} = 0 \Rightarrow \vec{v}_{CM} = \text{ثابت} *$$

یعنی اگر برآیند نیروهای خارجی وارد بر سیستم صفر باشد،
سرعت مرکز جرم آن سیستم ثابت می ماند. این همان قانون
اول نیوتون در مورد سیستمی از ذرات است.

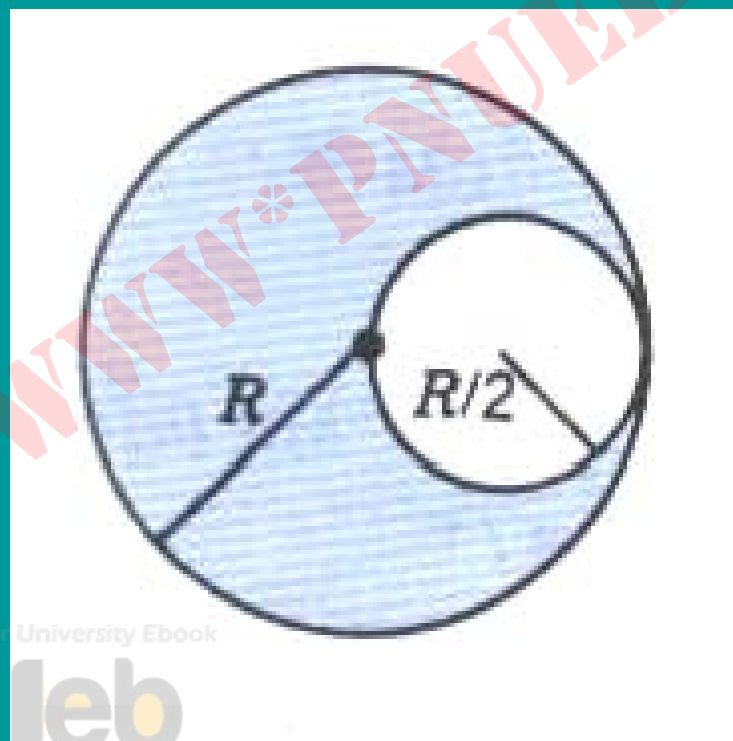
مسائل فصل دهم

۱. يك چوب ماهیگیری از اتصال سه میله یکنواخت، هر يك به طول 80 cm ساخته شده است. جرم میله‌ها به ترتیب 30 g ، 20 g ، و 10 g است. مرکز جرم چوب را نسبت به انتهای میله 30 g گرمی پیدا کنید.

۲. قرص یکنواختی به شعاع R ، سوراخی به شعاع $R/2$ (مطابق شکل زیر)

دارد. مرکز جرم این جسم را نسبت به مرکز قرص اصلی پیدا کنید.

(راهنمایی: سوراخ را می‌توانید مثل شیئی با جرم منفی در نظر بگیرید).



Payam Noor University Ebook

PNUleeb

۳. در يك سيستم دو جسمي ، $m_1 = 2 \text{ kg}$ و $m_2 = 6 \text{ kg}$ است. سرعتهاي اين

اجسام عبارت اند $\vec{U}_1 = 5\hat{i} - 3\hat{j} + 4\hat{k}$ و $\vec{U}_2 = -3\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$

ازكه يکاي آنها m/s است. (الف) سرعت مرکز جرم سيستم ،

و (ب) تکانه خطي کل سيستم را به دست بياوريد.

۴. از بالای صخره‌ای به ارتفاع 100 m ، گلوله‌ای به جرم 6 kg با سرعت اولیه 50 m/s تحت زاویه 53° بالای افق پرتاب می‌شود. این گلوله در نقطه‌ای از مسیرش منفجر و دو تکه می‌شود. تکه 4 کیلوگرمی به فاصله 200 m از پای صخره به زمین اصابت می‌کند. با این فرض که هر دو تکه همزمان به زمین می‌رسند ، محل فرود تکه دوم را پیدا کنید. (g برابر با 10 m/s^2 بگیرید).

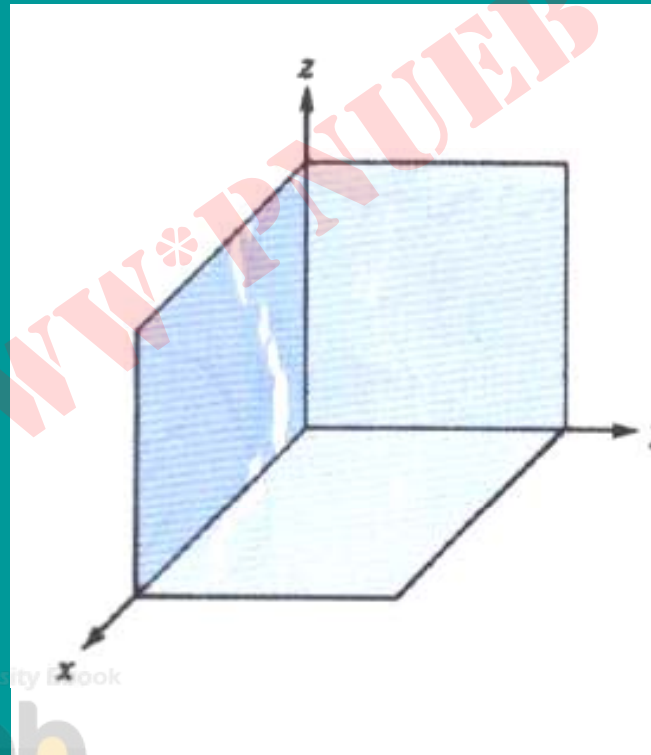
۵. ذره‌ای به جرم $m_1 = 0.8 \text{ kg}$ با سرعت 3 m/s ، و ذره دیگری به جرم $m_2 = 1.2 \text{ kg}$ با سرعت 5 m/s در حرکت است. (الف) سرعت مرکز جرم را پیدا کنید. (ب) سرعت هر یک از ذرات را نسبت به مرکز جرم تعیین کنید. (ج) انرژی جنبشی کل سیستم چقدر است؟ (د) انرژی جنبشی حرکت مرکز جرم را حساب کنید (ه) انرژی جنبشی سیستم نسبت به مرکز جرم چقدر است؟

۶. دو نفر، هر يك به جرم 50 kg ، در دو انتهاي سكوي يكنواختي به جرم 25 kg و به طول 2 m كه با سرعت 2 m/s در حركت است قرار گرفته‌اند. آنكه (نسبت به جهت حركت سكو) در عقب است گلوله‌اي به جرم 5 kg را با سرعت 4 m/s نسبت به خودش، به طرف جلو مي‌غلتاند. (الف) سرعت سكو در حين غلتش گلوله چقدر است؟ (ب) تا وقتي كه نفر جلويي گلوله را بگيرد سكو چقدر حركت کرده است؟ (ج) در همين مدت، مركز جرم كل سيستم چقدر حركت کرده است؟

۷. از جعبه مکعب شکلی به ضلع L ، سه وجه اش را برداشته‌ایم. وجوه

باقی مانده به ترتیب در صفحات XY ، YZ و ZX واقع‌اند. (نگاه کنید به شکل

زیر). محل مرکز جرم این جسم را پیدا کنید.



Payam Noor University Book

فصل يازدهم: دوران جسم صلب حول محور ثابت

■ آشنایی با سینماتیک و دینامیک حرکت دورانی حول محور ثابت

هدف کلی

مطالب این فصل:

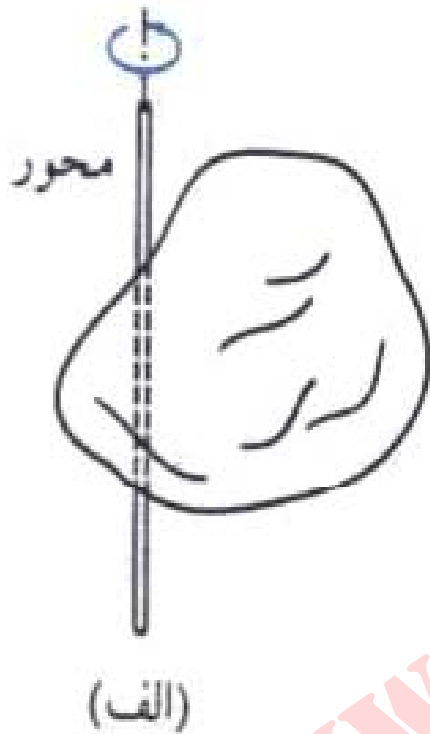
- سینماتیک دوران
- انرژی جنبشی دورانی و لختی دورانی
- لختی دورانی اجسام پیوسته
- پایستگی انرژی مکانیکی (شامل انرژی دورانی)
- گشتاور
- دینامیک دورانی جسم صلب (محور ثابت)
- کار و توان

منظور از “محور ثابت” به طور کلی محوری است که نسبت به جسم ثابت و جهتش هم نسبت به یک چارچوب لخت در فضا ثابت باشد.

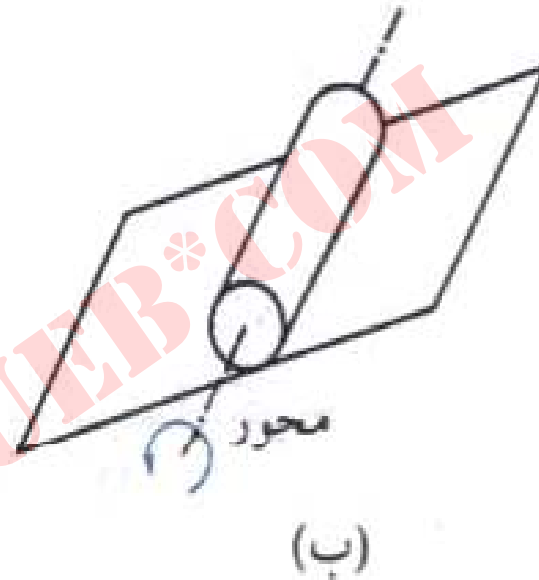
چنین محوری ممکن است:

الف) مکانش در يك چارچوب لخت ثابت باشد ، که در این صورت جسم حرکت دوراني خالص خواهد داشت (مثل چرخش قرقره ثابت).

ب) به موازات خودش در فضا حرکت کند ، که در این صورت جسم توأمأً حرکت دوراني و انتقالی خواهد داشت (مثل غلتش چرخ).



(الف)

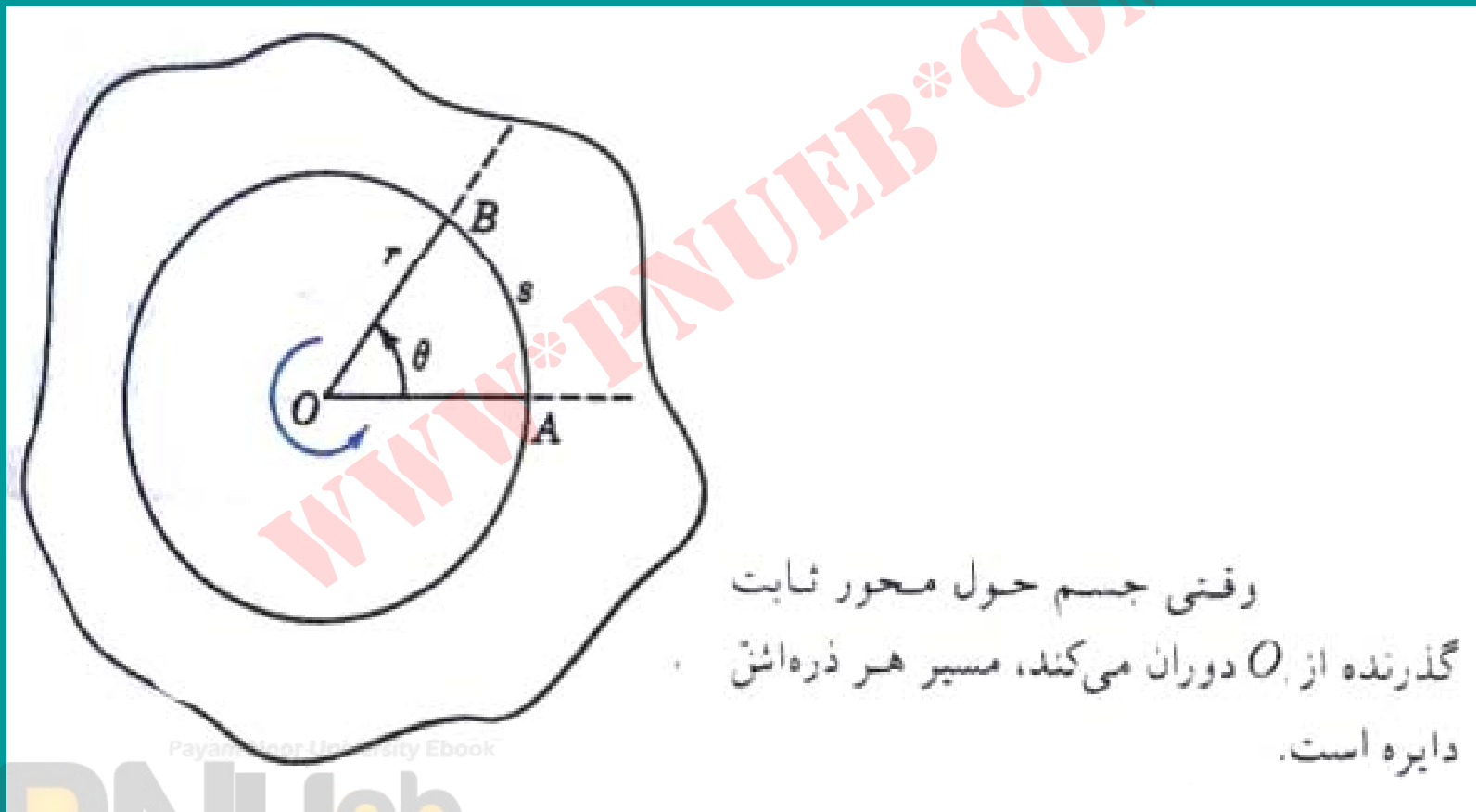


(ب)

(الف) مکان و راستای محور دوران

ثابت است (ب) فقط راستای محور ثابت است.

سينماتيڪ دوران



$$\theta = s / r$$

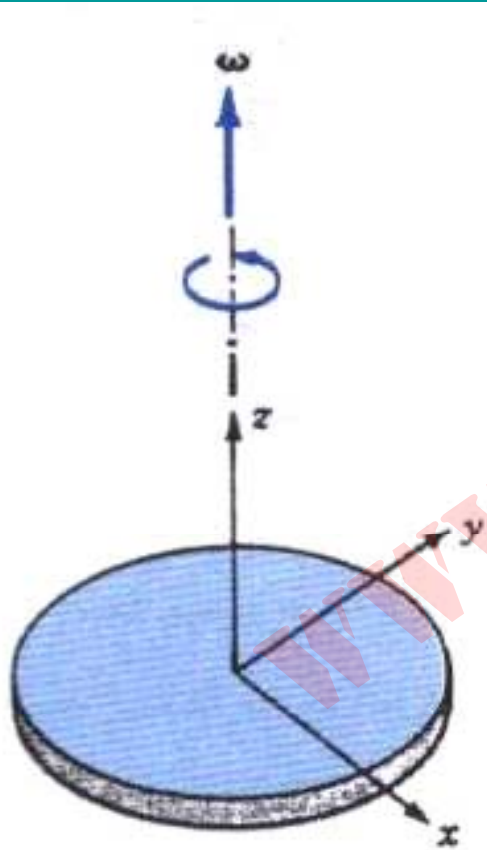
جابجايي زاويه اي

$$\bar{\omega} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{\theta_f - \theta_i}{t_f - t_i}$$

سرعت زاويه اي متوسط

$$\omega = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{d\theta}{dt}$$

سرعت زاويه اي لحظه اي



یسکی در صفحه xy حول محور z
در جهت پادساعتگرد می چرخد. جهت $\vec{\omega}$
نشان داده شده است.

Payam Noor University Ebook

$$f = \frac{1}{T}$$

بسامد

بسامد زاويه اي

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$$

Payam Noor University Ebook

PNUEB

حرکت دوراني

شتاب زاويه اي متوسط

$$\bar{\alpha} = \frac{\Delta \omega}{\Delta f}$$

شتاب زاويه اي لحظه اي

$$\alpha = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \omega}{\Delta t} = \frac{d\omega}{dt}$$

دوران با شتاب زاویه‌ای ثابت

$$\int_{\omega_0}^{\omega} d\omega = \int_0^t \alpha dt$$

$$\omega - \omega_0 = \alpha t$$

$$\int_{\theta_0}^{\theta} d\theta = \int_0^t \omega dt$$

$$\theta - \theta_0 = \omega_0 t + \frac{1}{2} \alpha t^2$$

$$\omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha(\theta - \theta_0)$$

معادلات سینماتیک

خطی	دورانی
-----	--------

$$\omega = \omega_0 + at$$

$$v = v_0 + at$$

$$\theta = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2} at^2$$

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} at^2$$

$$\omega^2 = \omega_0^2 + 2a(\theta - \theta_0)$$

$$v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0)$$

رابطه کمیت‌های سینماتیکی خطی و دورانی

$$s = r \theta$$

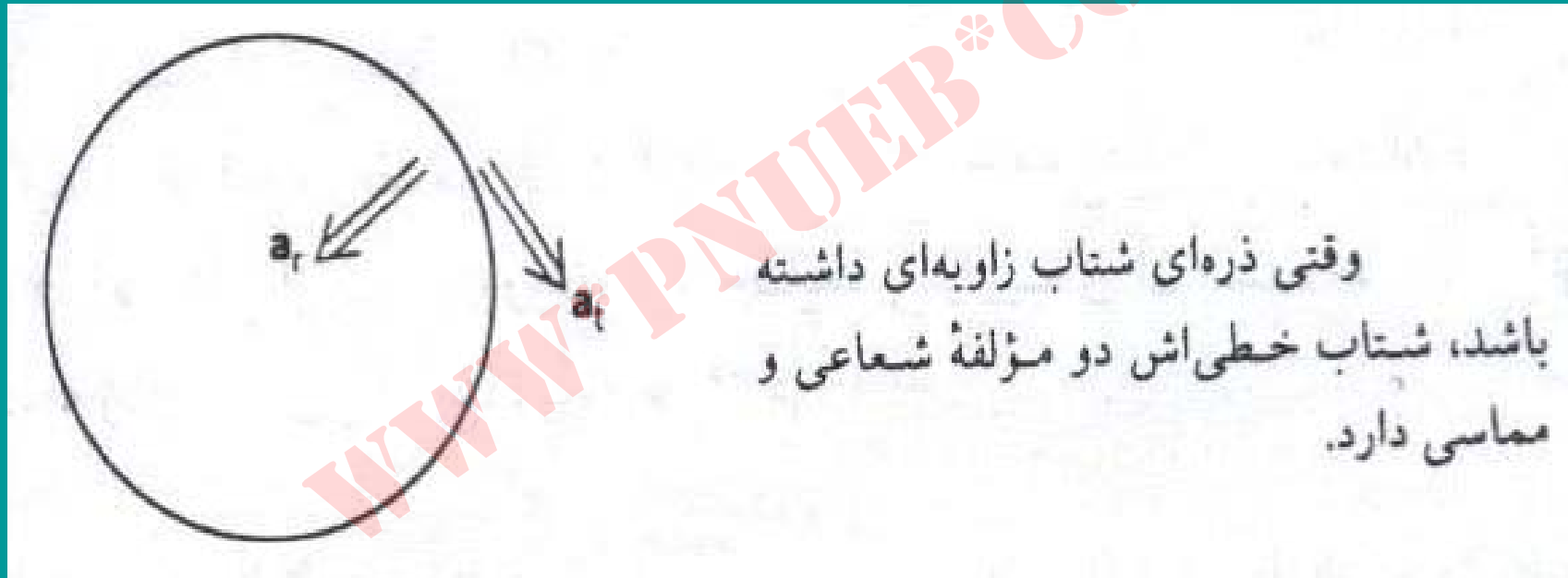
$$v = r \omega$$

$$a = r \alpha$$

Payam Noor University Ebook

PNUeb

حرکت دورانی نایکنواخت



$$a_t = r\alpha$$

شتاب مماسي (خطي)

$$a_r = \frac{v^2}{r} = \omega^2 r$$

شتاب مرکزگرا

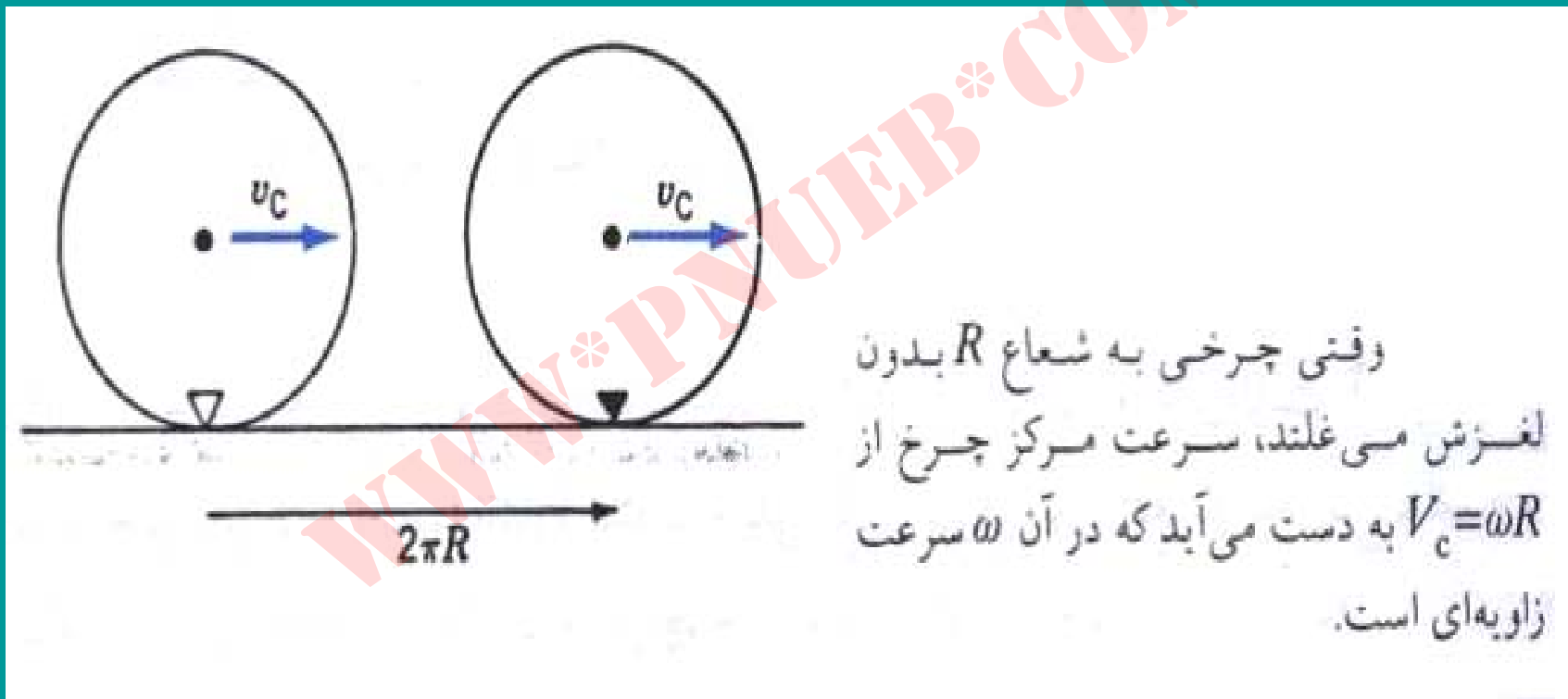
$$\vec{a} = \vec{a}_r + \vec{a}_t$$

$$a = \sqrt{a_r^2 + a_t^2}$$

Payam Noor University Book

PNUeb

غلش



$$\left\{ \begin{array}{l} V_c = \frac{2\pi R}{T} = \omega R \\ V_t = \omega R \end{array} \right.$$

سرعت مرکز چرخ

سرعت لبه نسبت به مرکز

$$\Rightarrow V_c = V_t = \omega R$$

غلش ترکیبی است از انتقال مرکز چرخ و دوران حول مرکز چرخ. پس حرکت به نقطه واقع بر لبه عبارت است از

$$\vec{V} = \vec{V}_c + \vec{V}_T$$

$$v = \omega R = +\omega R = 2\omega R$$

سرعت مرکز چرخ

$$v = \omega R + 0 = \omega R$$

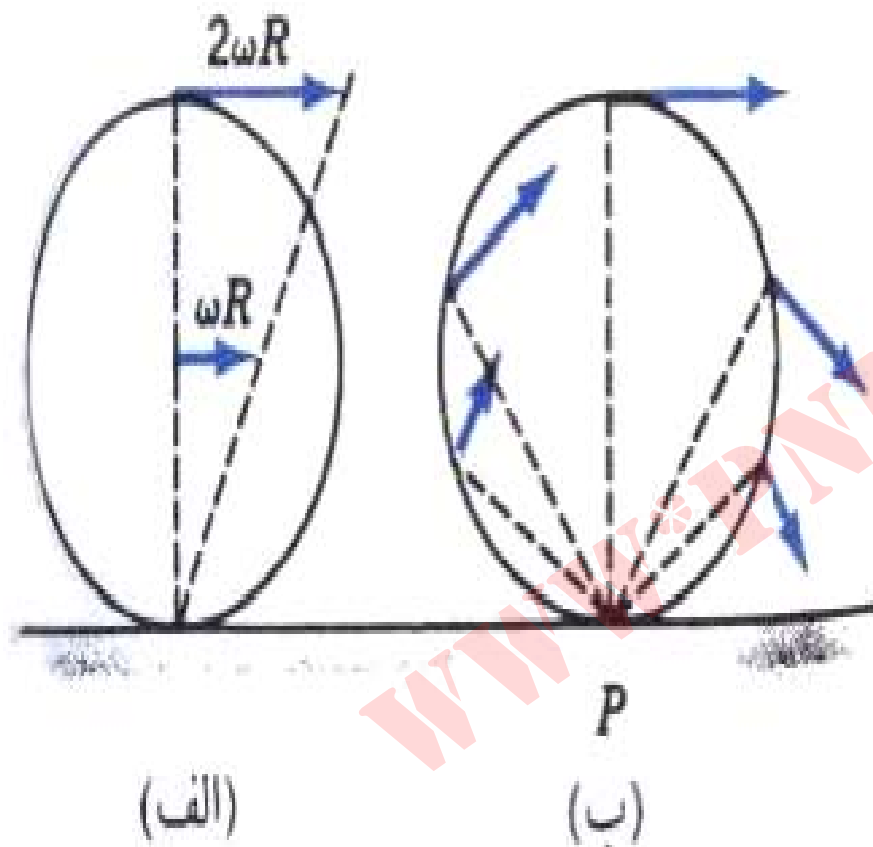
سرعت نقطه تماس با زمین

$$v = \omega R - \omega R = 0$$

Payam Noor University Ebook

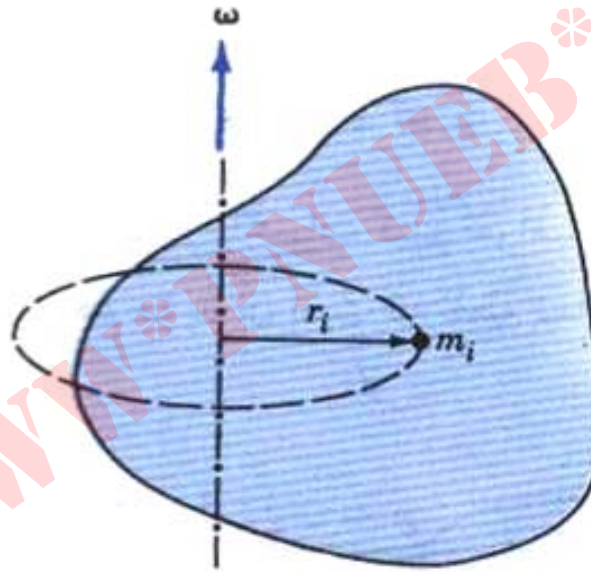
PNUeb

...کتابخانه الکترونیک پیام نور...
www.pnuweb.com



وقتی چرخ می‌غلتد،
نقطه تماس با زمین به طور لحظه‌ای ساکن
است و مثل یک مرکز لحظه‌ای دوران عمل
می‌کند.

انرژی جنبشی دورانی و لختی دورانی



دوران جسم صلب حول محور ثابت. انرژی جنبشی ذره i ام برابر است با

$$K_i = \frac{1}{2} m_i v_i^2 = \frac{1}{2} m_i r_i^2 \omega^2$$

Payam Noor University Ebook

$$K = \sum k_i = \frac{1}{2} \sum m_i r_i^2 \omega^2$$

$$K = \frac{1}{2} I \omega^2$$

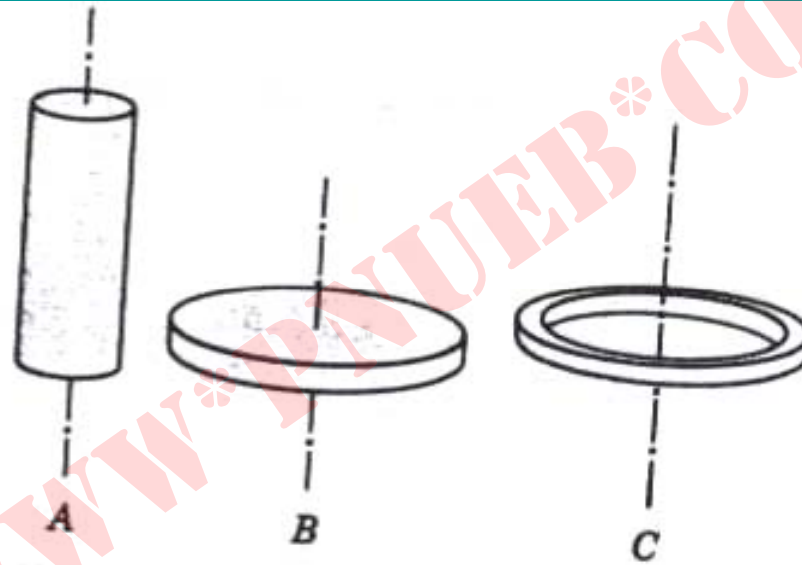
$$I = \sum m_i r_i^2$$

لختي دوراني

Payam Noor University Ebook

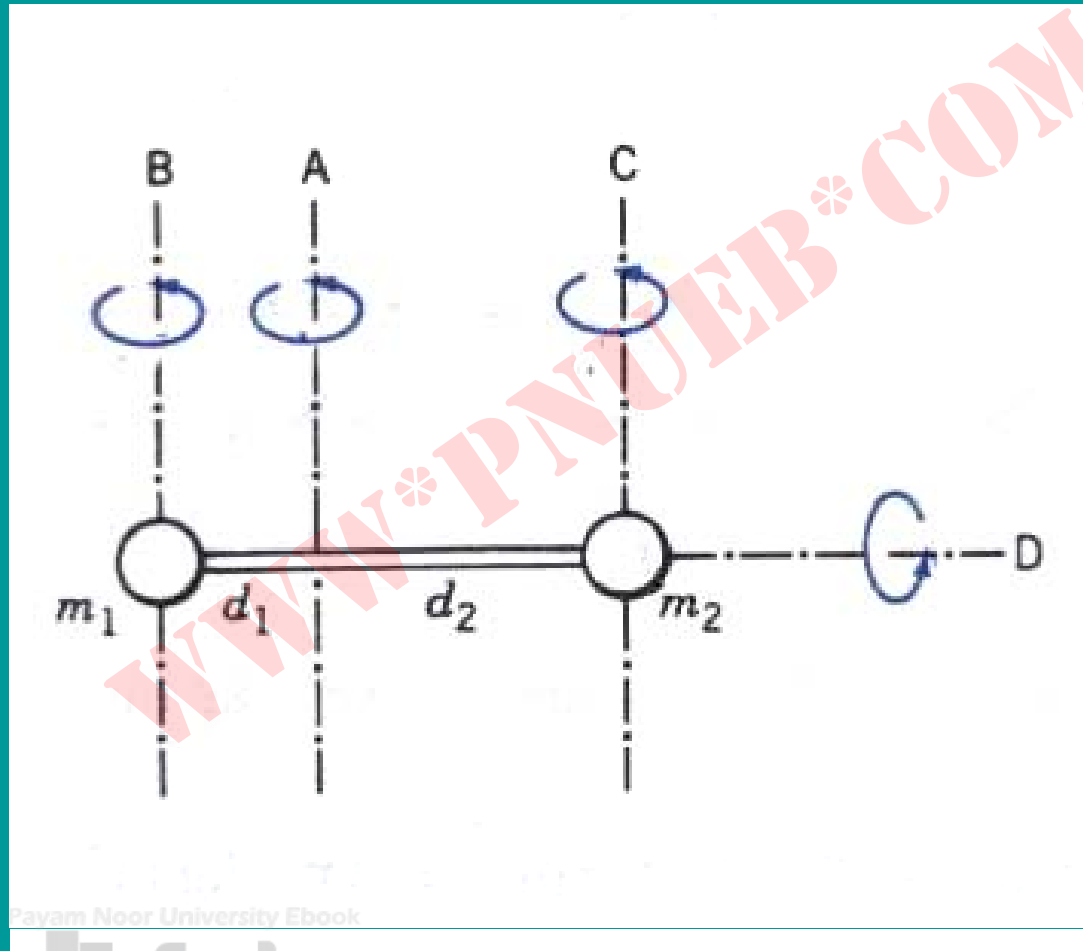
PNUeb

لختی دورانی



استوانه و قرص و حلقه جرم یکسان دارند. لختی دورانی بستگی به توزیع جرم حول محور مرکزی دارد، و در این مورد $I_A < I_B < I_C$ است.

مثال



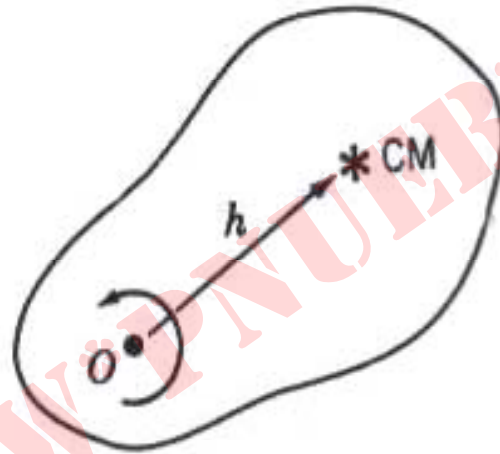
Pavam Noor University Ebook

$$m_2 = 5 \text{ kg} \quad , \quad m_1 = 3 \text{ kg}$$

$$d_2 = 2m \quad , \quad d_1 = 1m \quad \text{است.}$$

لختي دوراني اين ساختار حول هر چهار محور **A** و **B**
و **C** و **D** چقدر است؟

قضیه محورهایی موازی



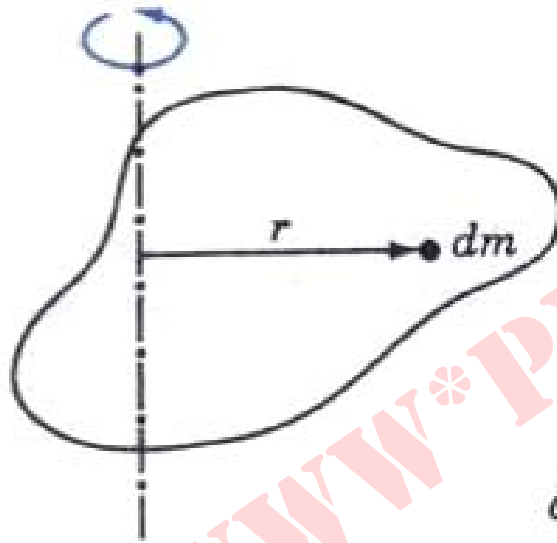
لختی دورانی حول محور گذرنده از O و لختی دورانی حول محور موازی گذرنده از مرکز جرم با رابطه $I = I_{cm} + mh^2$ به هم مربوط می شوند، که در آن h فاصله میان دو محور موازی است.

Payam Noor University Ebook

$$K = \frac{1}{2} M v_{CM}^2 + \frac{1}{2} I_{CM} \omega^2$$

$$I = I_{CM} + M h^2$$

لختي دوراني اجسام پيوسته



گشتاور لختي مربوط به عنصر dm
برابر است با $dI = r^2 dm$

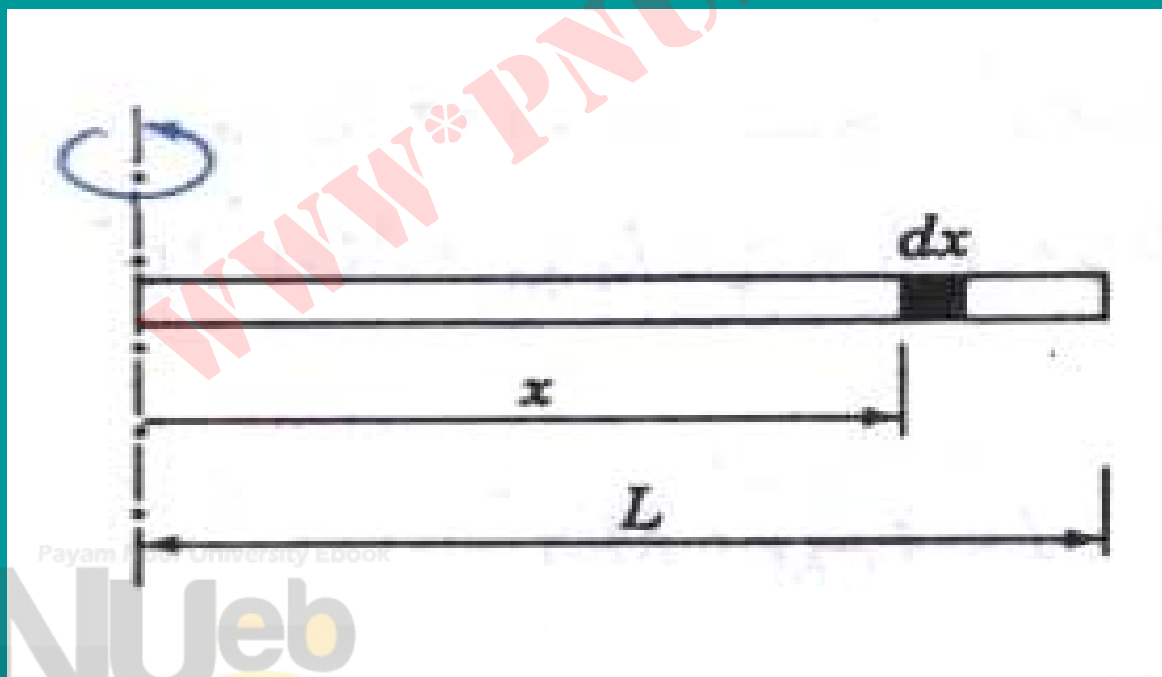
$$I = \int r^2 dm$$

Payam Nour University Ebook

PNUeb

مثال

لختي دوراني ميله نازك حول محور عمود بر ميله در انتهاي
ميله چقدر است؟



$$dI = r^2 dm = x^2 (\lambda dx)$$

$$I = \int_0^L \lambda x^2 dx = \frac{1}{3} \lambda L^3$$

$$I = \frac{1}{3} M L^2$$

Payam Noor University Ebook

PNUeb

پایستگی انرژی مکانیکی

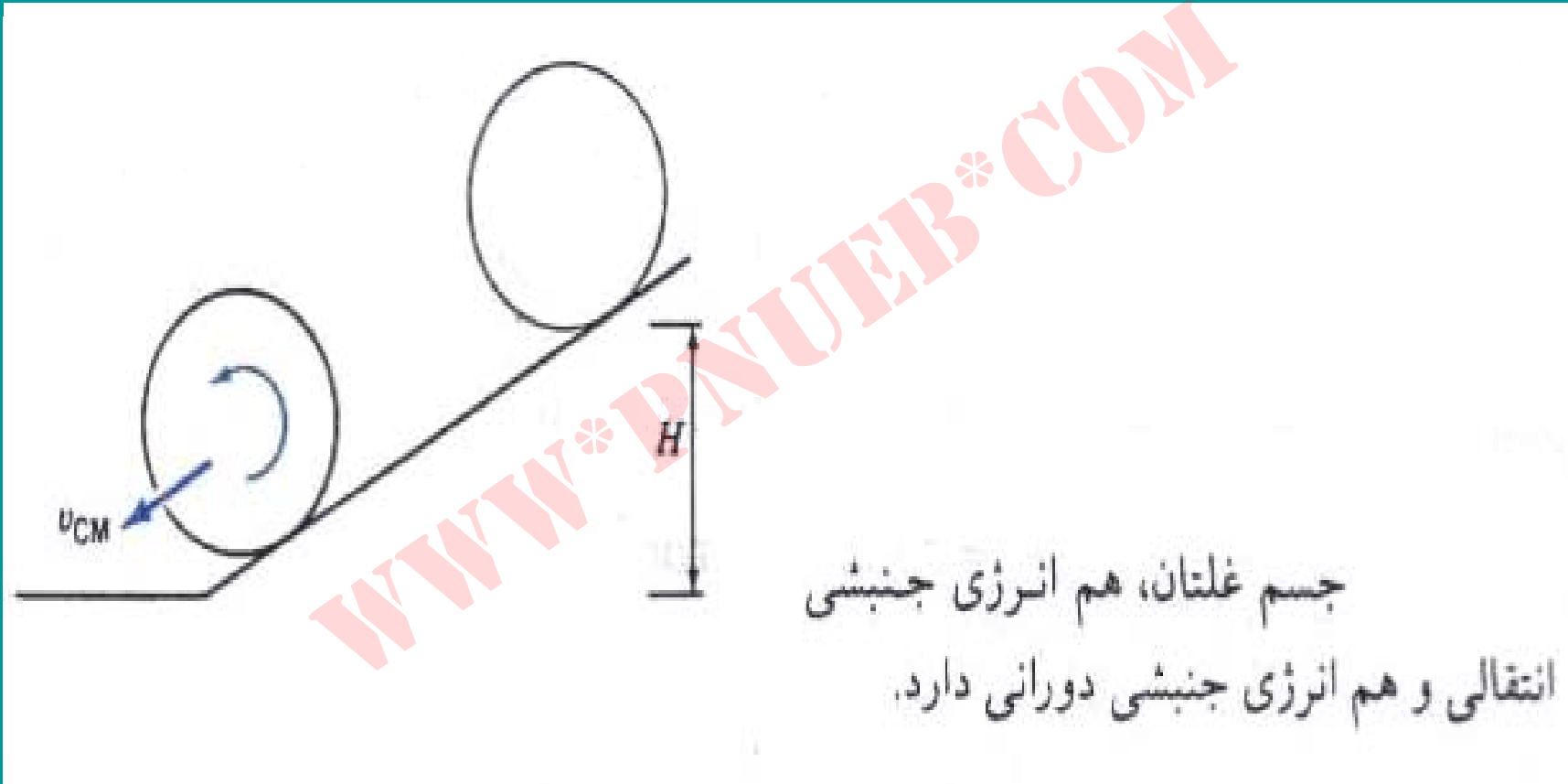
انرژی جنبشی کل برای دوران حول محوری
با جهت ثابت عبارت است از

$$K = \frac{1}{2} M v_{CM}^2 + \frac{1}{2} I_{CM} \omega^2$$

برای جسمی که بدون لغزش می‌غلتد:

$$v_{CM} = \omega R$$

مثال



جسم غلتان، هم انرژی جنبشی
انتقالی و هم انرژی جنبشی دورانی دارد.

$$E_i = MgH$$

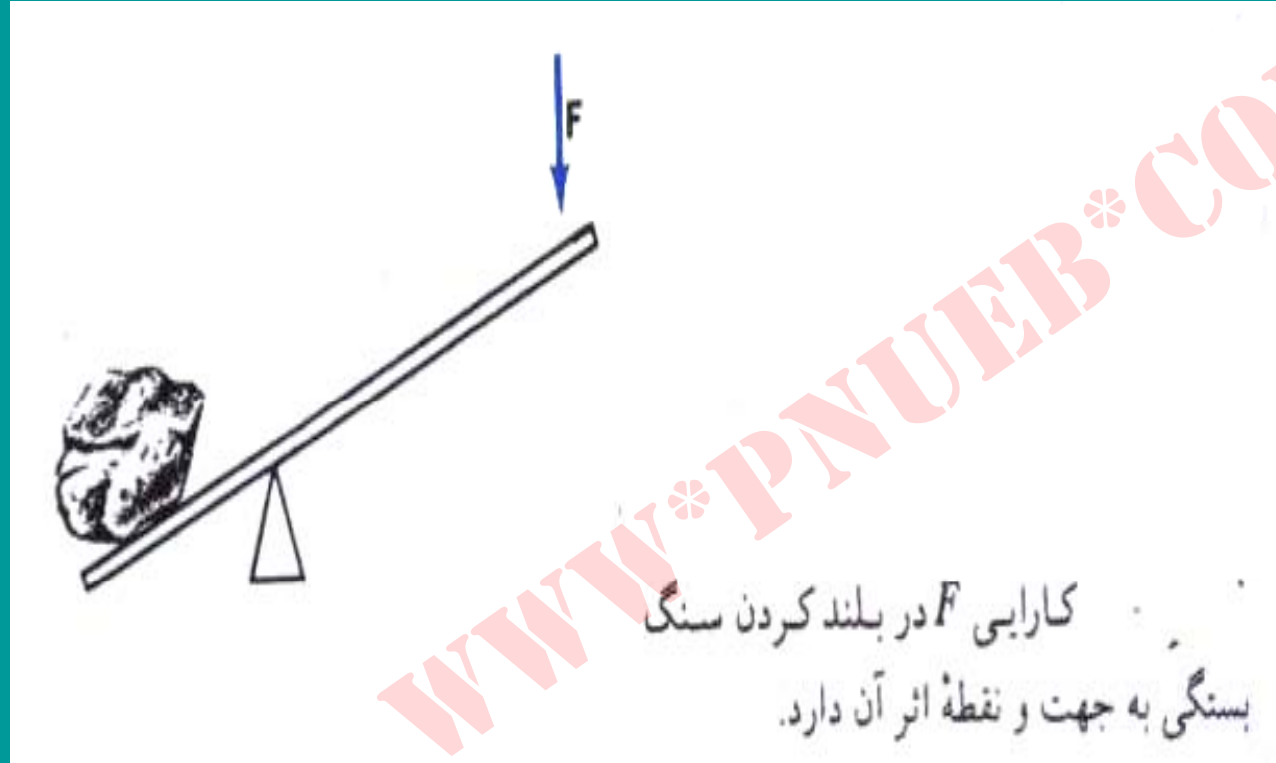
$$E_f = \frac{1}{2} M v_{CM}^2 + \frac{1}{2} I_{CM} \omega^2$$

با قرار دادن $E_f - E_i$ و استفاده از $v_{CM} = \omega R$ خواهیم داشت

$$v_{CM}^2 = \frac{2MgH}{M + I_{CM}/R^2}$$

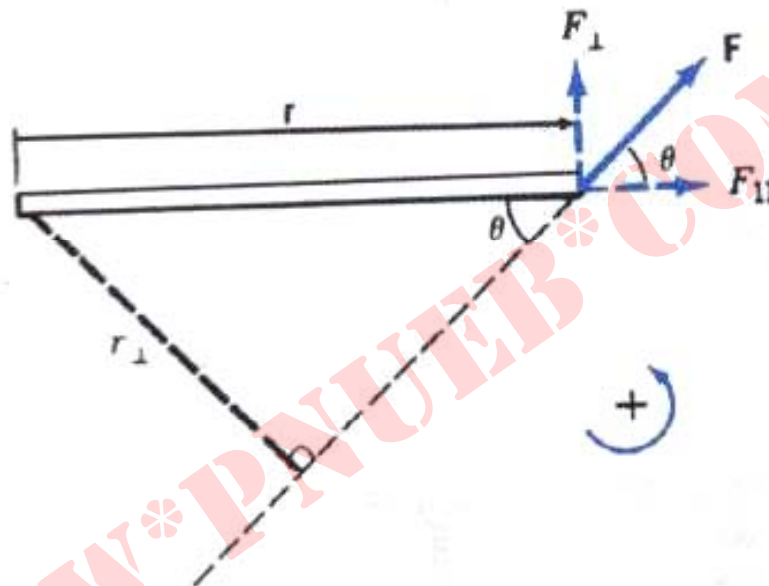
Payam Noor University Ebook

گشتاور



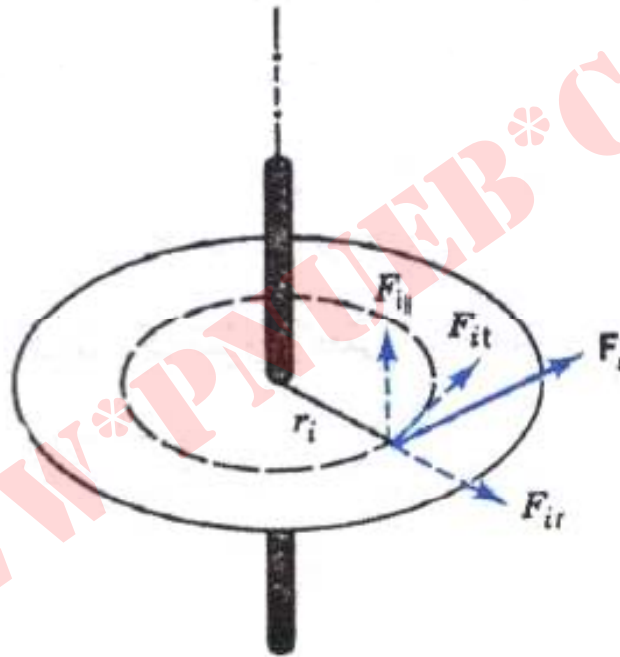
$$\tau = r_{\perp} F = r F_{\perp}$$

$$\tau = r F \sin \theta$$



اندازه گشتاور برابر است با $\tau = rF \sin \theta$ که در آن زاویه میان بردارهای \vec{F} و \vec{r} است. τ را می شود به دو صورت دیگر هم نشان داد: یکی $\tau = r_{\perp} F$ که در آن r_{\perp} بازوی اهرم است و دیگری $\tau = r F_{\perp}$ که در آن F_{\perp} مولفه \vec{F} در راستای عمود بر \vec{r} است.

دینامیک دورانی (محور ثابت)



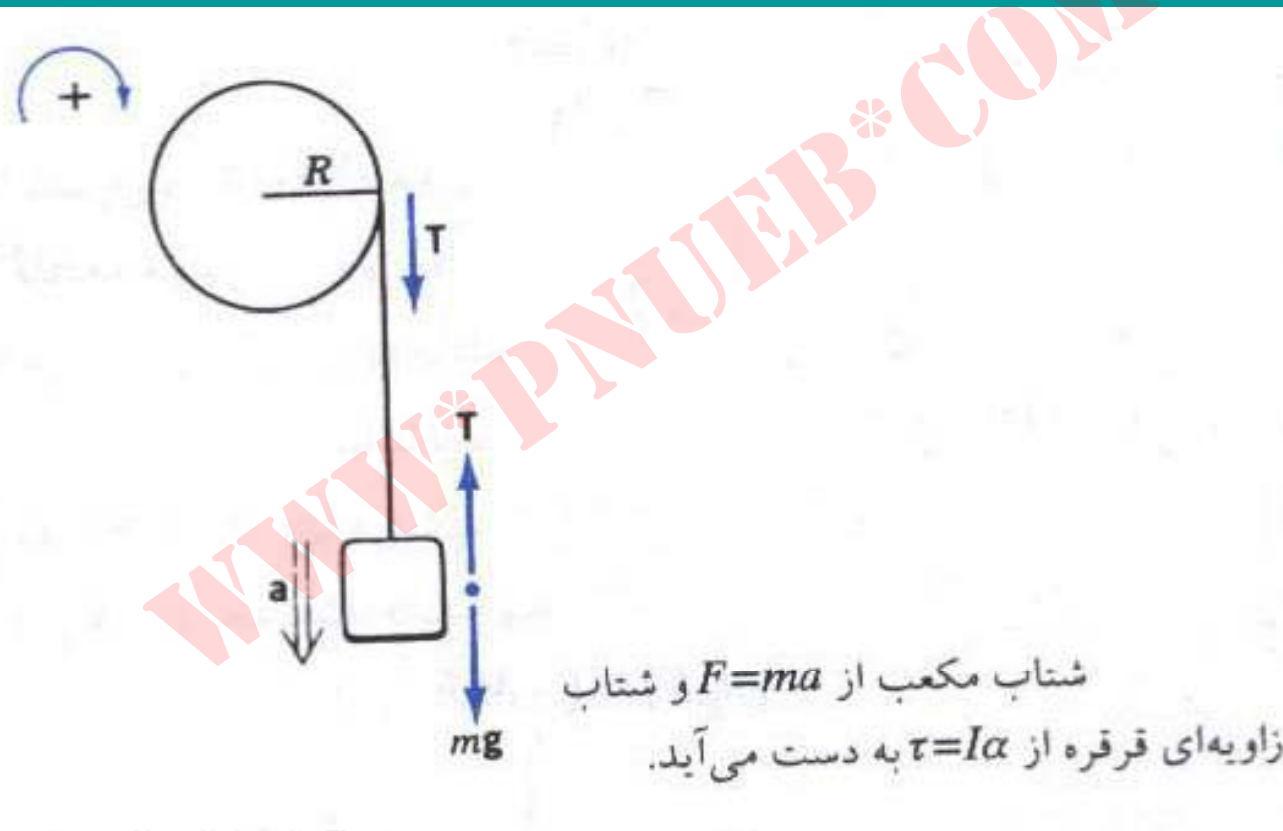
جسم صلبی حول محور ثابتی می چرخد. ذره i تحت تأثیر نیروی \vec{F}_i است. مؤلفه‌های موازی با محور و عمود بر محور این نیرو با عکس‌العمل تکیه‌گاه‌های محور خنثی می‌شوند. فقط مؤلفه مماس بر مسیر (F_{it}) است که به ذره شتاب می‌دهد.

$$F_{it} = m_i a_i = m_i r_i \alpha$$

$$\tau_i = r_i F_{it} = m_i r_i^2 \alpha$$

$$\tau = I \alpha$$

مثال



شتاب سقوط مکعب در اثر باز شدن نخ از
قرقره چقدر است؟

جرم مکعب m ، جرم قرقره M و شعاع آن R است.

$$F = ma \Rightarrow mg - T = ma$$

Payam Noor University Ebook

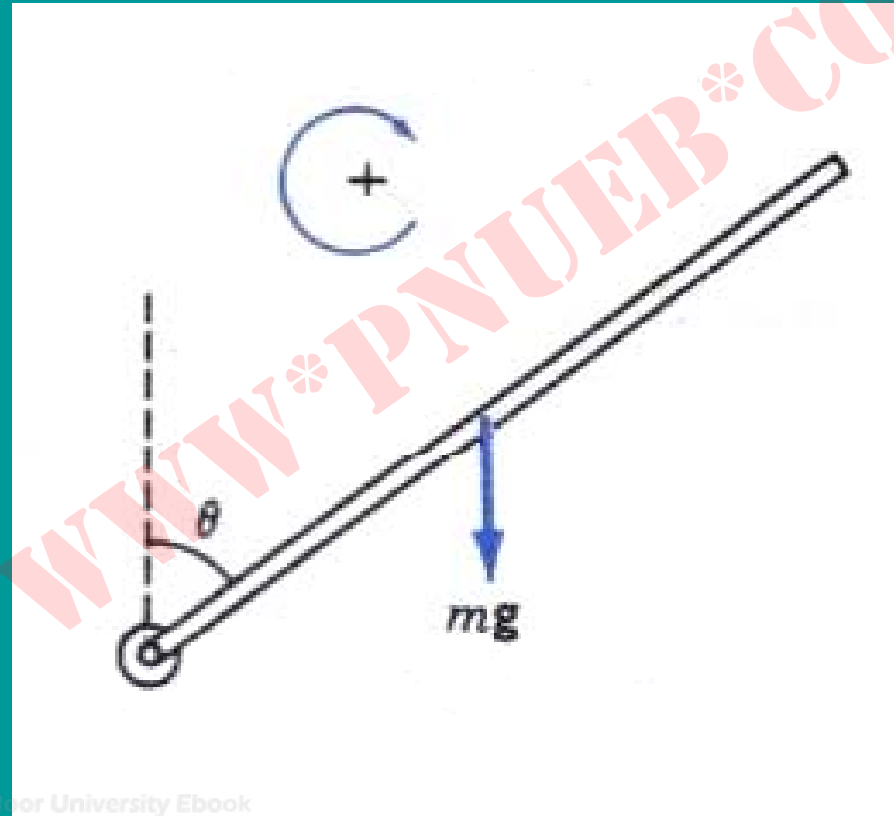
PNUeb

$$\tau = I\alpha \Rightarrow TR = \left(\frac{1}{2} MR^2 \right) \alpha$$

$$T = \frac{1}{2} Ma$$

$$a = \frac{mg}{m + M/2}$$

مثال



Payam Noor University Ebook

PNUeb

میله از وضعیت قائم رها می شود.

الف) شتاب زاویه‌ای میله در وضعیت θ چقدر است؟

ب) شتاب خطی سر آزاد میله در وضعیت افقی چقدر است؟

$$mg \frac{L}{2} \sin \theta = \frac{ML^2}{3} \alpha$$

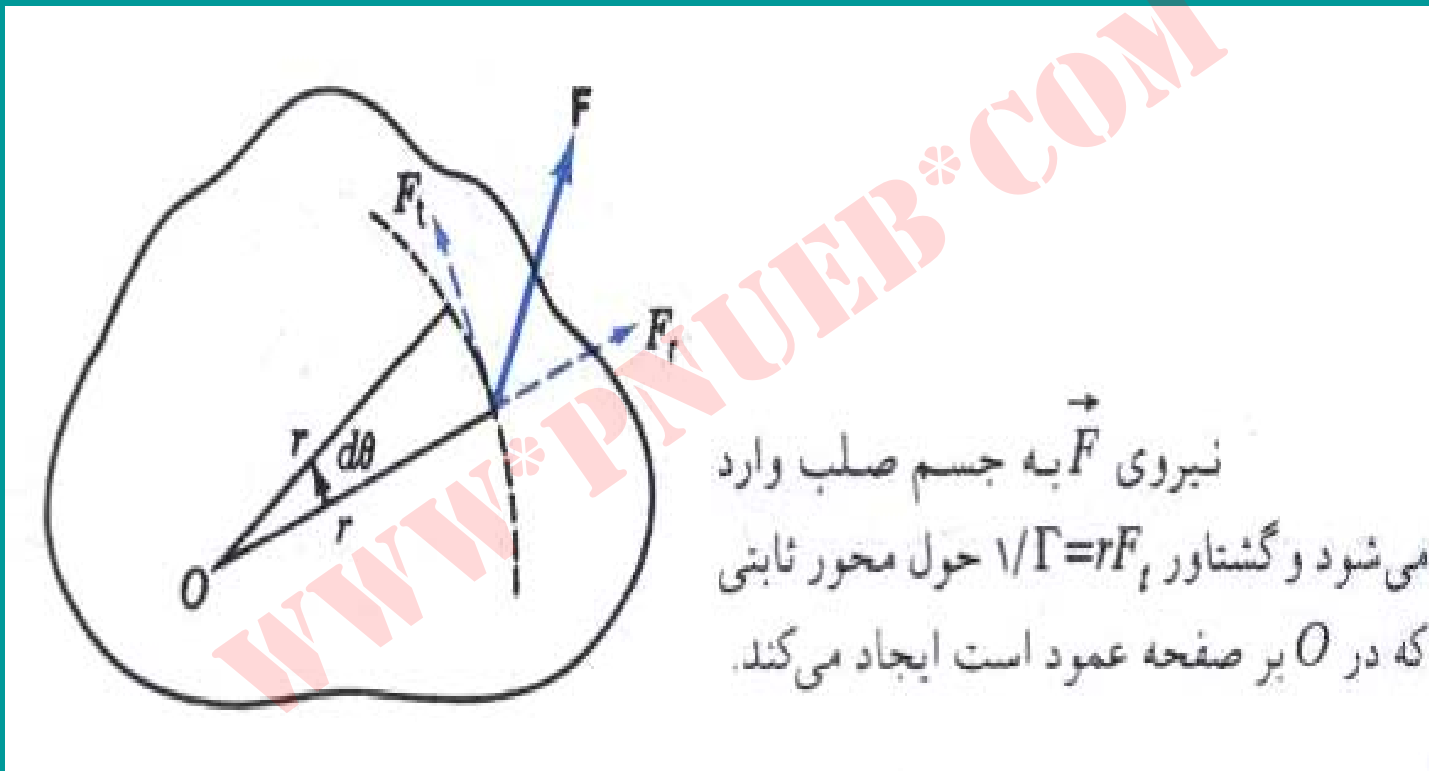
$$\alpha = \frac{3g \sin \theta}{2L}$$

در $\theta = \frac{\pi}{2}$ ، $\alpha = \frac{3g}{2L}$ است. پس

$$a_t = \alpha L = \frac{3}{2}g$$

یعنی از شتاب سقوط آزاد بیشتر است!

کار و توان در دوران



$$dW = (F_t)(rd\theta) = \tau d\theta$$

$$P = \frac{dW}{dt} = \tau\omega$$

قضیة کار - انرژی (در دوران)

$$\tau = I\alpha = I \frac{d\omega}{dt} = I \frac{d\omega}{d\theta} \frac{d\theta}{dt} = I \frac{d\omega}{d\theta} \omega$$

$$dW = \tau d\theta = I \frac{d\omega}{d\theta} \omega d\theta = I \omega d\omega$$

$$\int dW = I \int_i^f \omega d\omega$$

$$W = \frac{1}{2} I \omega_f^2 - \frac{1}{2} I \omega_i^2$$

مسائل فصل یازدهم

۱. مکان زاویه‌ای علامتی در روی صفحه چرخانی به شعاع $r=6\text{cm}$ ، با رابطه $\theta = 10 - 5t + 4t^2 \text{ rad}$ بیان می‌شود.

الف) سرعت زاویه‌ای متوسط این علامت بین $t=1\text{S}$ و $t=3\text{S}$ چقدر است؟

ب) سرعت خطی نقطه‌ای روی لبه صفحه در $t=2\text{S}$ چقدر است؟

ج) شتاب خطی و شتاب زاویه‌ای نقطه‌ای روی لبه در $t=2\text{S}$ چقدر است؟

۲. اتومبیلی که شعاع چرخهایش 25cm است در مدت 10S از حالت سکون به سرعت 30m/s می‌رسد. در لحظه‌ای که سرعت اتومبیل 2m/s است شتاب خطی بالاترین نقطه چرخ را (الف) نسبت به مرکز چرخ و (ب) نسبت به جاده پیدا کنید.

۳. يك جسم تخت را در صفحه XY در نظر بگيريد (شكل زير).

(الف) لختي دوراني ذره‌اي به جرم m واقع در مختصات X و

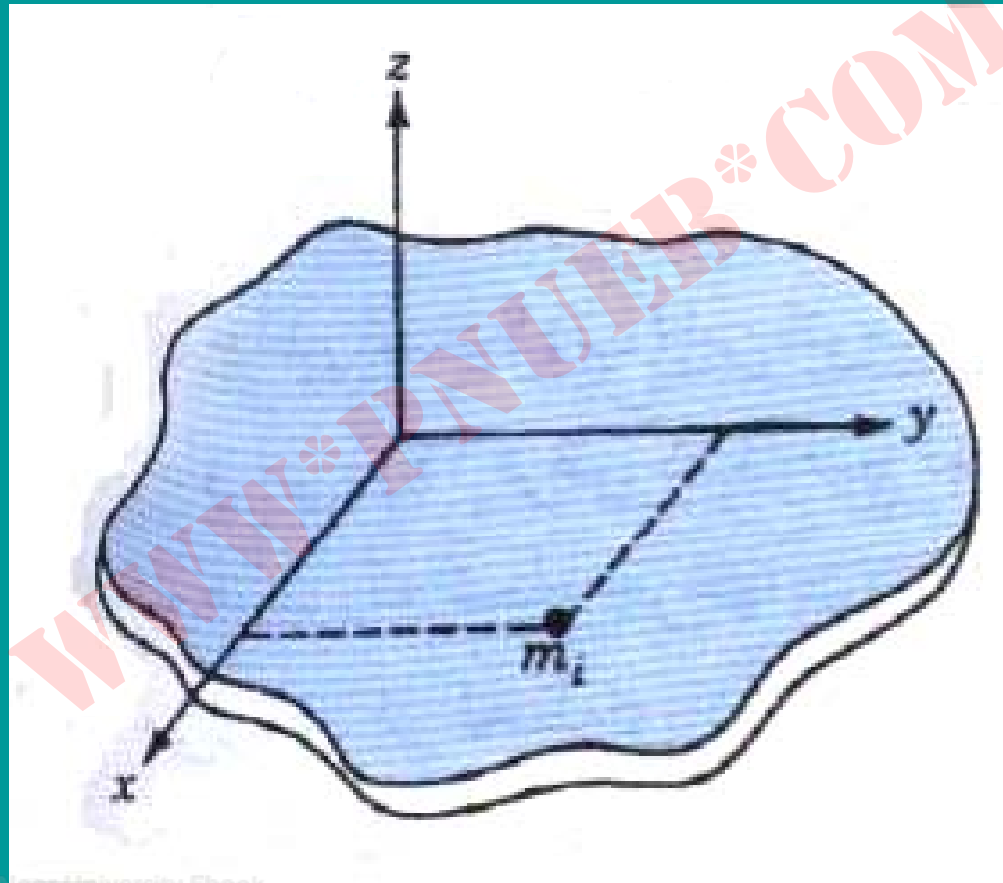
Y را حول محورهاي X ، Y و Z پيدا كنيد. (ب) نشان بدهيد

كه لختي‌هاي دوراني جسم حول محورهاي مختصات با رابطه

زير به هم مربوط مي‌شوند

$$I_z = I_x + I_y$$

این رابطه به قضیه محورهایی متعامد معروف است.



Payam Noor University Ebook

PNUeb

....کتابخانه الکترونیک پیام نور....

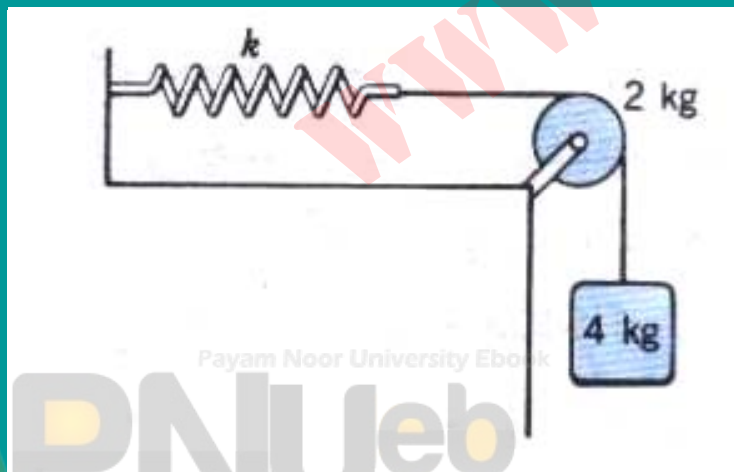
۴. در سیستم شکل زیر ، شعاع قرقره 5cm و ثابت سختی فنر 80 N/m است.

الف) اگر جسم 4 کیلوگرمی از حالت سکون رها شود ،

بیشترین انبساط طول فنر چقدر خواهد بود ؟

ب) سرعت جسم پس از 20cm سقوط چقدر است ؟ قرقره را

مثل قرص در نظر بگیرید.



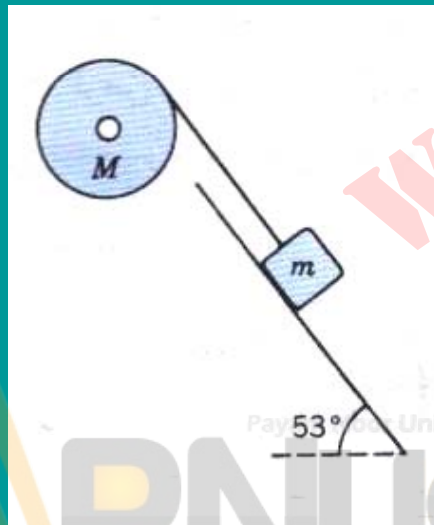
۵. در سیستم شکل زیر ، $m = \text{kg}$ ، $M = 4\text{kg}$ ، شعاع قرقره m در 53° ، و

سطح شیبدار بدون اصطکاک است. قرقره به شکل قرص است

(الف) شتاب زاویه‌ای قرقره چقدر است؟

(ب) سرعت قطعه ۲ کیلوگرمی پس از طی 1m روی سطح چقدر

است؟ فرض کنید سیستم از حال سکون رها شده است.



۶. يك سطح آب به جرم 15kg را با سرعت ثابت 20 cm/s از چاهي بالا

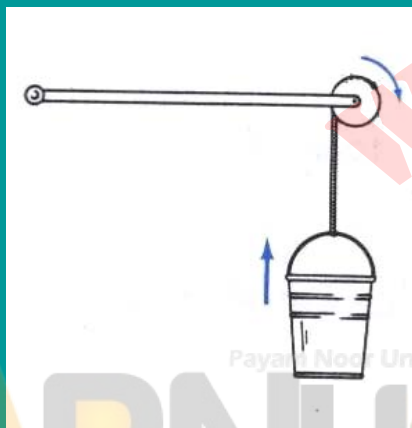
مي کشيم (شکل زير). طناب دور دوکي به شعاع 3 cm مي پیچد. دوک را با

دسته اي به طول 40 cm مي چرخانيم.

الف) چه تواني براي بالا کشيدن سطح لازم است؟

ب) اگر نيروي اعمال شده هميشه بر دسته عمود باشد، چه مقدار نيرو

براي اين کار لازم است؟



Payam Noor University Ebook

فصل دوازدهم: تکانه زاویه‌ای ، و تعادل جسم صلب

هدف کلی

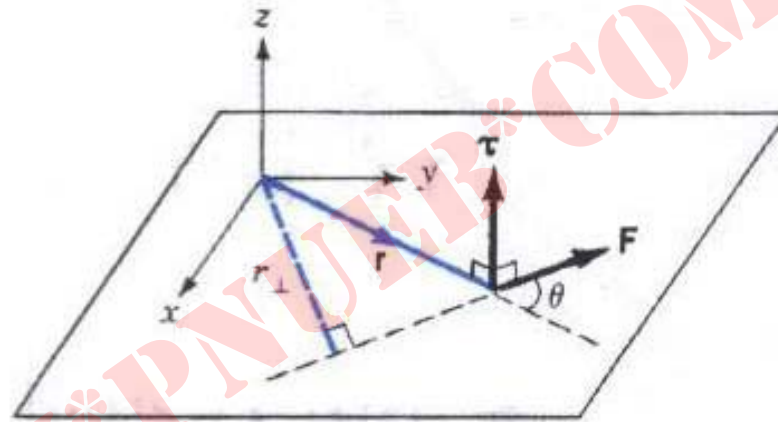
- آشنایی با ماهیت برداری گشتاور ،
- ارتباط گشتاور با تکانه زاویه‌ای
- درک مفهوم پایستگی تکانه زاویه‌ای

- بررسی شرایط تعادل جسم صلب

مطالب این فصل:

- بردار گشتاور
- تکانه زاویه‌ای
- دینامیک دورانی
- پایداری تکانه زاویه‌ای
- شرایط تعادل ایستا
- مرکز ثقل

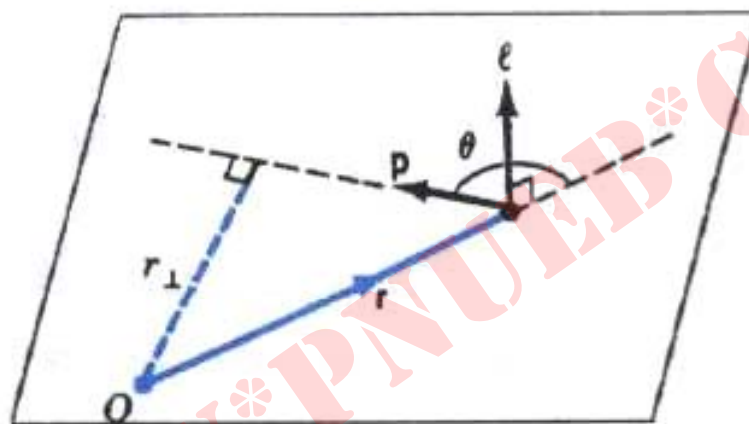
بردار گشتاور



گشتاور نیروی \vec{F} برابر است با $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$. مقدار آن $\tau = F \sin \theta$ است. فاصله عمودی $r_{\perp} = F \sin \theta$ ، از مبدأ به خط اثر نیرو، بازوی اهرم یا بازوی گشتاور است.

$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F} = rF \sin \theta \hat{n}$$

تکانه زاویه‌ای

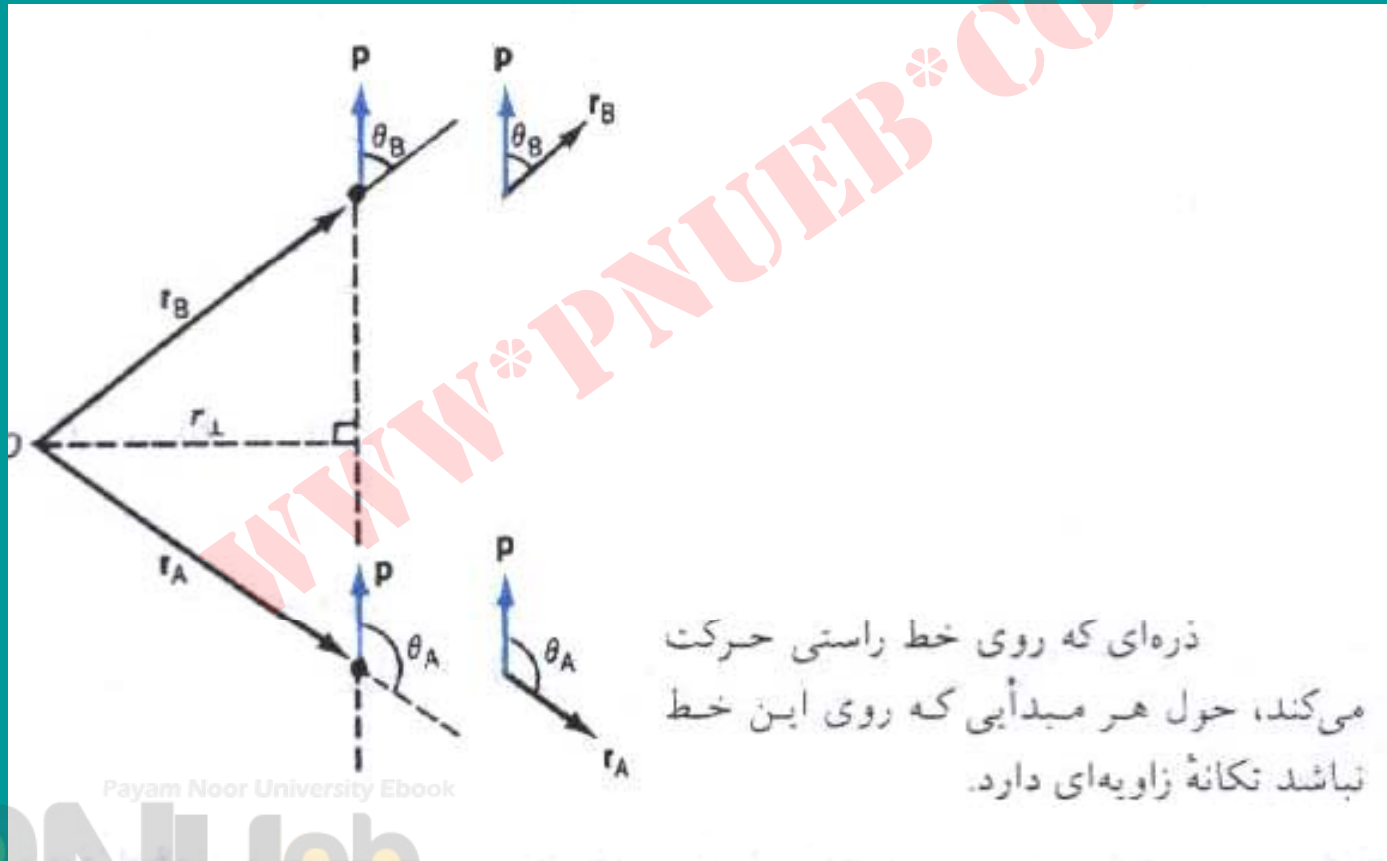


تکانه زاویه‌ای ذره‌ای که در مکان \vec{r} دارای تکانه خطی \vec{p} است، نسبت به مبدأ O از $\vec{l} = \vec{r} \times \vec{p}$ به دست می‌آید. بزرگی تکانه زاویه‌ای $l = r p \sin \theta$ است که می‌توانیم آن را به صورت $l = r_{\perp} p$ هم بنویسیم. r_{\perp} فاصله عمودی از مبدأ تا خط حرکت است.

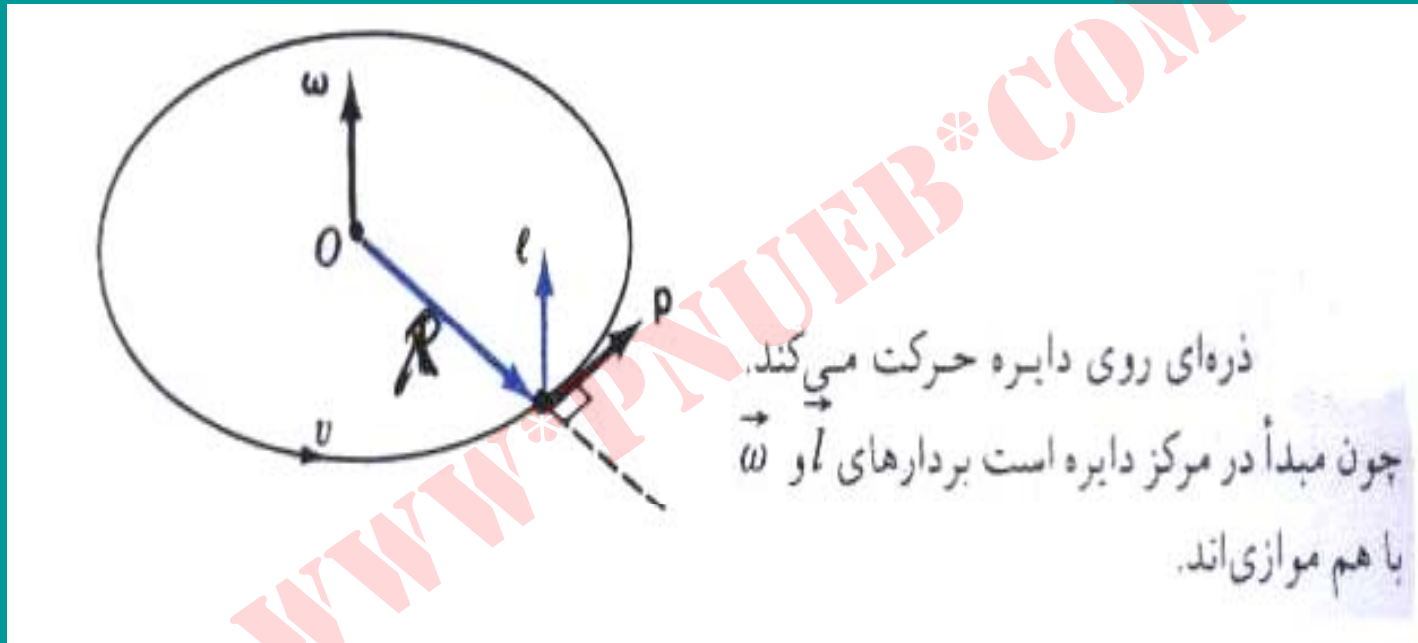
$$\vec{l} = \vec{r} \times \vec{p}$$

$$l = r p \sin \theta = r_{\perp} p$$

تکانه زاویه‌ای در حرکت روی خط راست



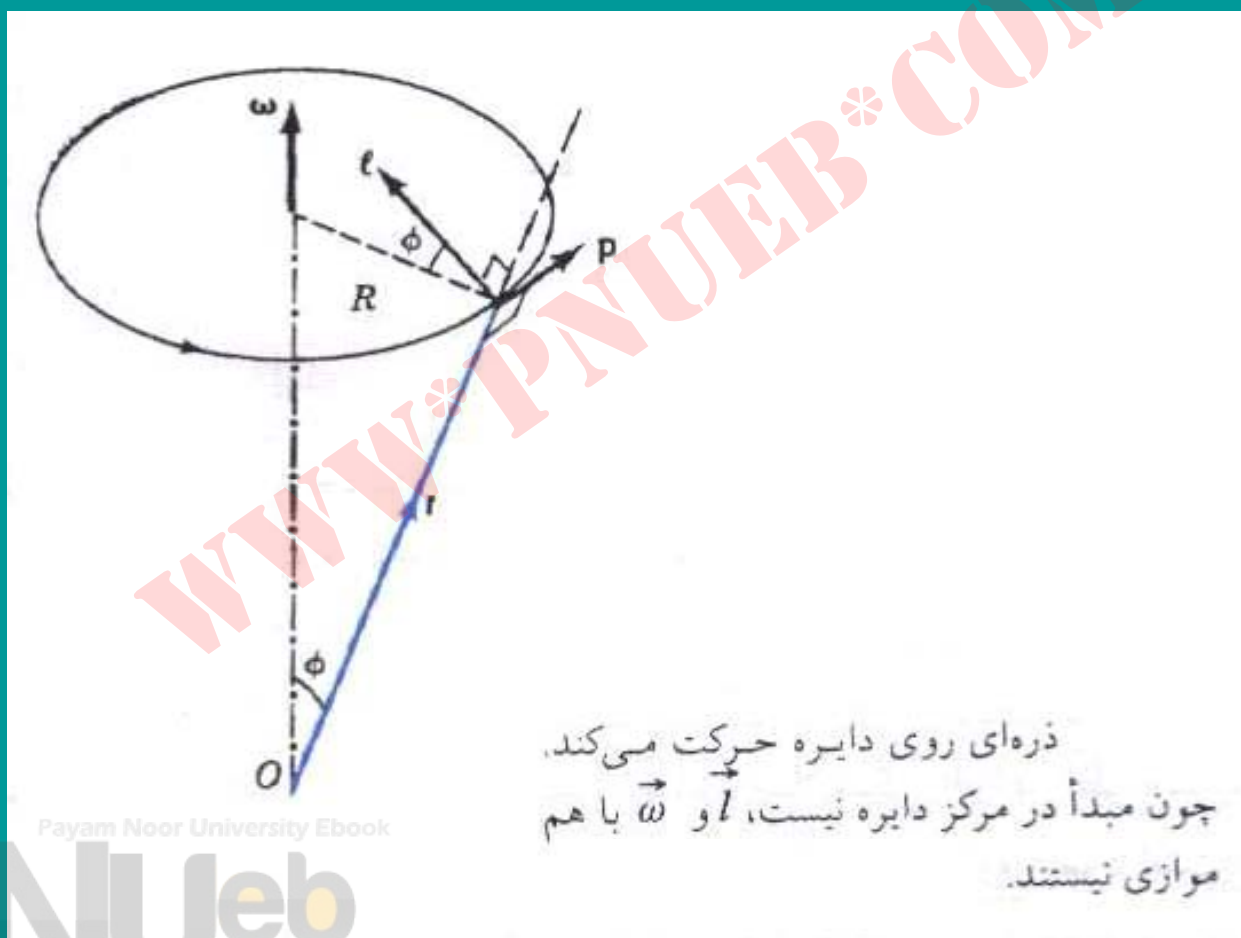
تکانه زاویه‌ای در حرکت روی دایره

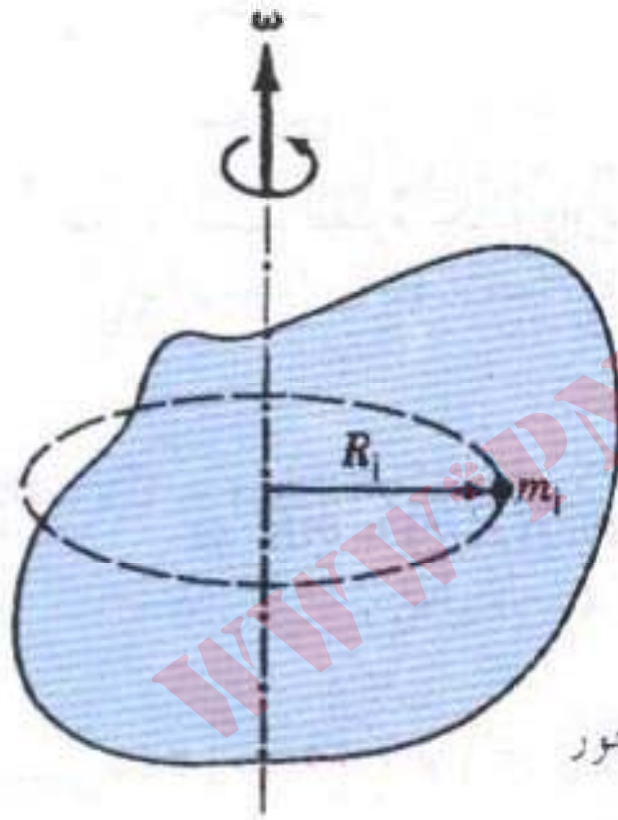


$$l = mvR = mR^2 \omega$$

$$l_z = l \sin \phi = (mvr) (R/r) = mR^2 \omega$$

تکانه زاویه‌ای برای سیستم ذرات





جسم صلبی کہ حول یک محور
ثابت (محور Z) دوران می کند.

$$L = \sum l_i = \sum r_i \times p_i$$

$$L_z = \sum l_{iz} = \sum m_i R_i^2 \omega$$

$$l_z = I\omega$$

ديناميك دوراني

$$\vec{l} = \vec{r} \times \vec{p}$$

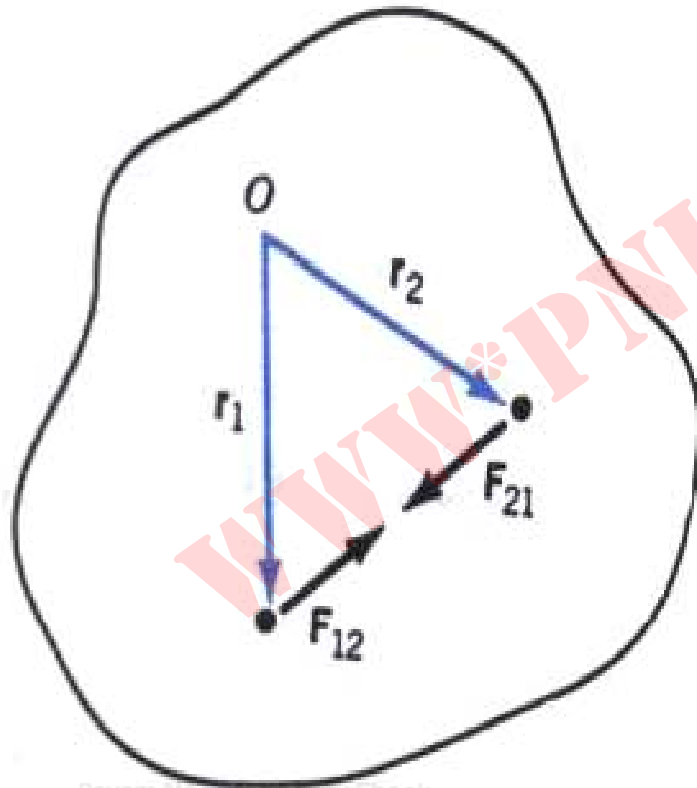
براي ذره:

$$\frac{d\vec{l}}{dt} = \vec{r} \times \frac{d\vec{p}}{dt} + \frac{d\vec{r}}{dt} \times \vec{p}$$

$$\frac{d\vec{l}}{dt} = \vec{r} \times \vec{F} + \underbrace{\vec{v} \times m\vec{v}}_{\text{صفر}} \Rightarrow \vec{\tau} = \frac{d\vec{l}}{dt}$$

Payam Nour University Ebook

برای سیستم ذرات:



دو ذره جسم نیروهای مساوی و مخالف ($F_{12} = -F_{21}$) به هم وارد می‌کنند. گشتاور کل ناشی از این دو نیرو حول مبدأ صفر است.

Payam Noor University Ebook

$$\sum \tau_i = \frac{d}{dt} \sum l_i$$

$$\tau_{ext} = \frac{dL}{dt}$$

اگر محور دوران ثابت باشد:

$$\frac{dL}{dt} \frac{d}{dt} (I \omega) = I \frac{d\omega}{dt} = I \alpha$$

$$\tau = I \alpha$$

Payam Noor University Ebook

PNUEB

پایستگی تکانه زاویه‌ای

$$\tau_{ext} = \frac{dL}{dt}$$

$$\tau_{ext} = 0 \Rightarrow \vec{L} = \text{ثابت}$$

$$\vec{L} = I \omega = \text{ثابت} \quad \text{یا} \quad I_1 \omega_1 = I_2 \omega_2$$

مثال (پایستگی تکانه زاویه‌ای)



وقتی این شخص دستهایش را جمع می‌کند سرعت زاویه‌ای اش زیاد می‌شود.

شرایط تعادل انتقالی

$$\sum \vec{F} = 0 \Rightarrow \begin{cases} \sum F_x = 0 \\ \sum F_y = 0 \\ \sum F_z = 0 \end{cases}$$

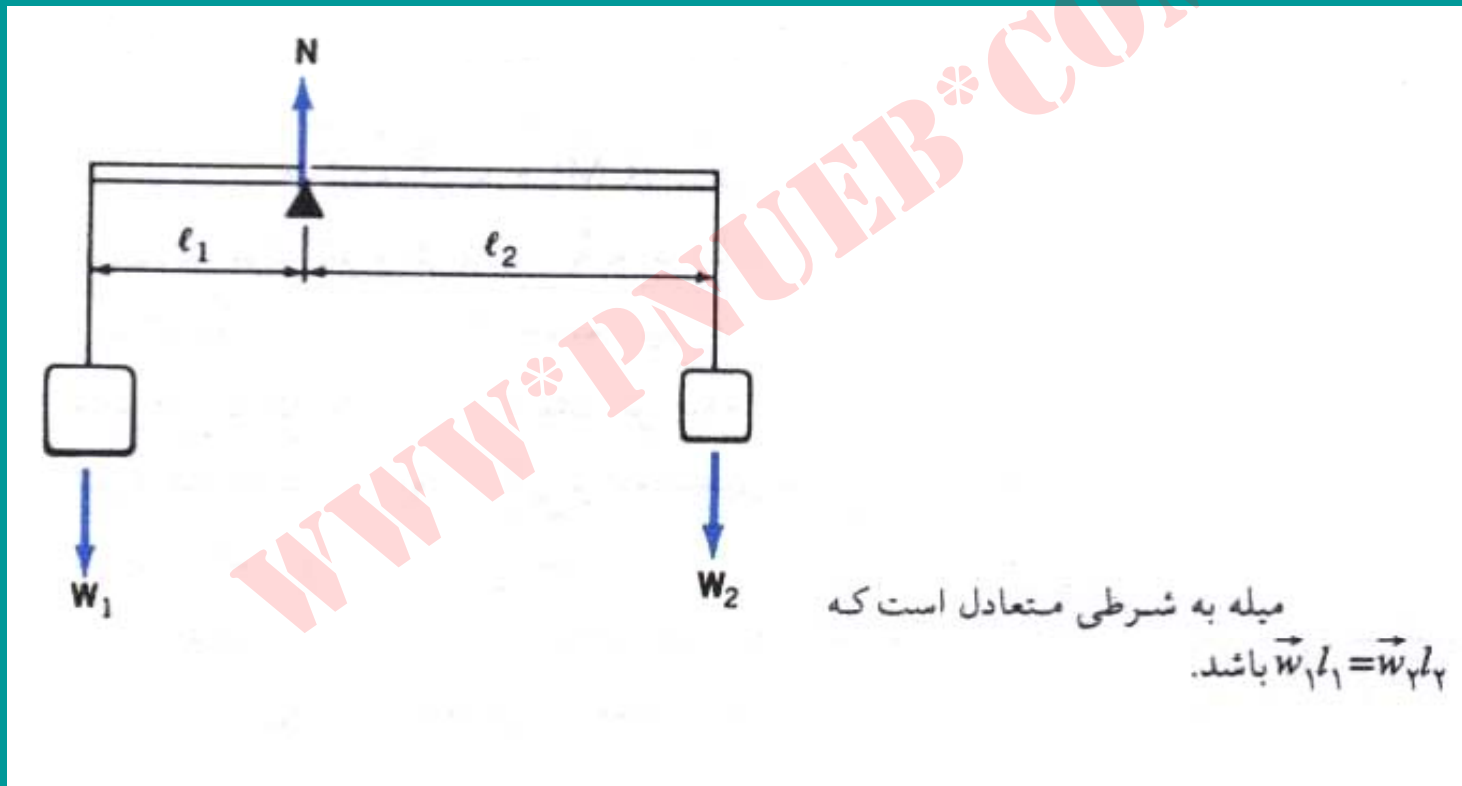
$$\sum \tau = 0$$

شرط تعادل دورانی:

$$\sum \tau_z = 0$$

برای دوران حول محور ثابت:

مرکز ثقل (گرانیگاه)



Payam Noor University Ebook

PNUeb

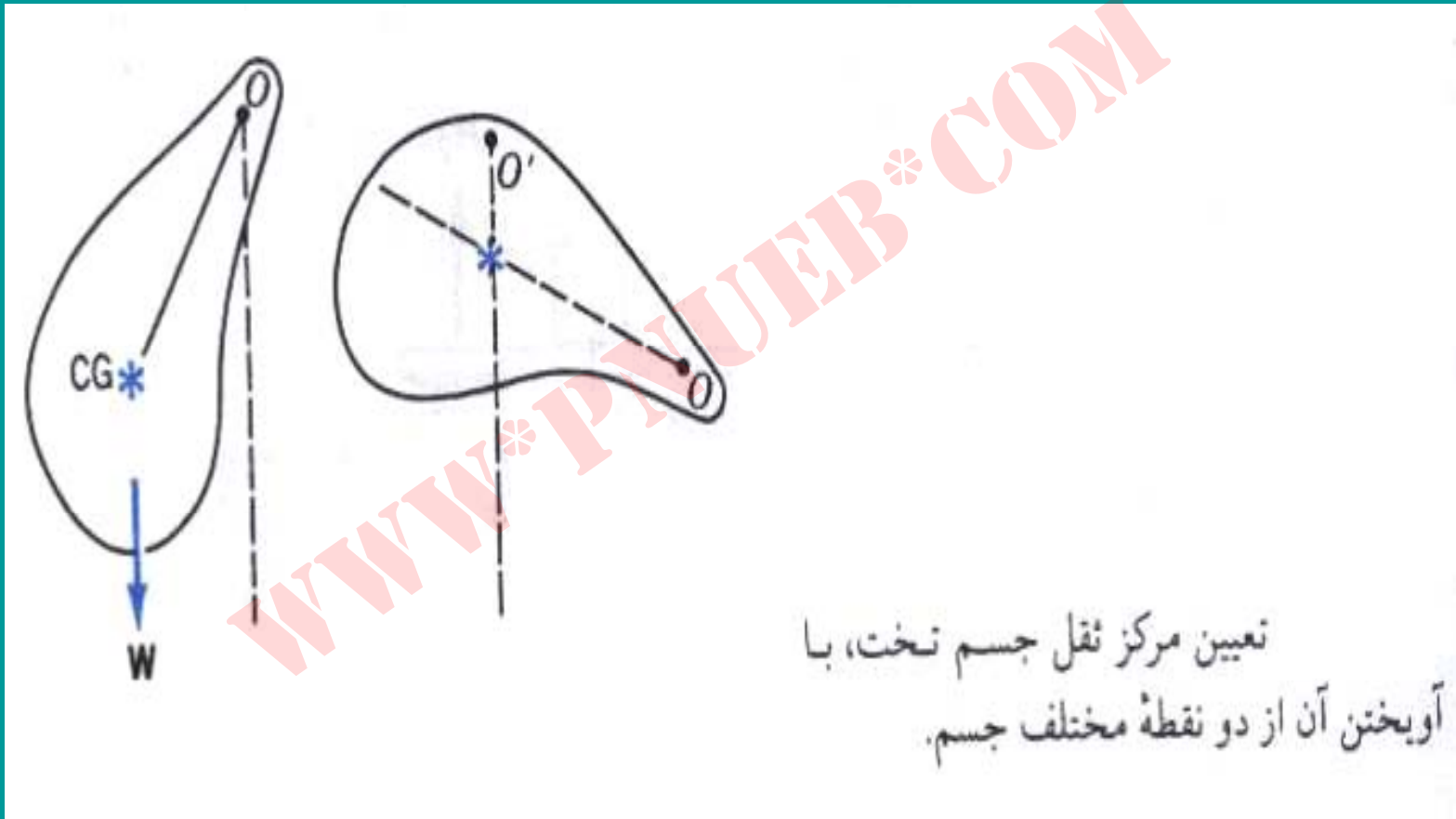
مرکز ثقل هر جسم [که به آن مرکز گراني يا گرانيگاه هم مي گویند] نقطه هر جسم که گشتاور گرانشي خالص وارد بر جسم حول آن صفر است.

$$\sum \tau_i = w_1 x_1 + w_2 x_2 + \dots + w_N x_N$$

$$\left(\sum w_i \right) x_{CG} \quad \text{گشتاور وزن}$$

$$x_{CG} = \frac{\sum w_i x_i}{\sum w_i}$$

$$x_{CG} = \frac{\sum m_i x_i}{M}$$



تعیین مرکز ثقل جسم تخت، با
آویختن آن از دو نقطه مختلف جسم.

Payam Noor University Ebook

PNUeb

....کتابخانه الکترونیک پیام نور....

مثال (شرایط تعادل)

۱. نردبانی به وزن W و طول L را به دیواری تکیه داده‌ایم (شکل زیر). کف

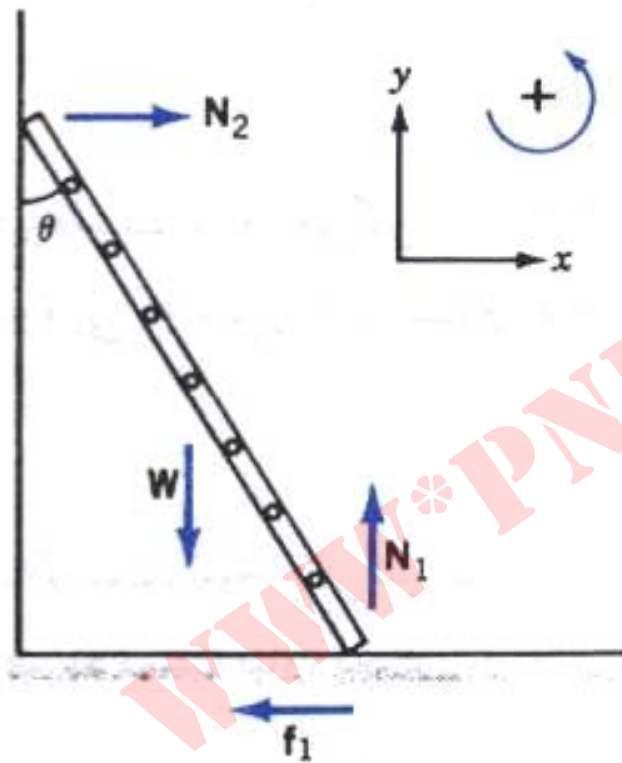
زمین زبر و دیوار بدون اصطکاک است. ضریب اصطکاک ایستایی پایین

نردبان با کف زمین ۶° $\mu_s =$ است.

الف) بی‌آنکه نردبان بلغزد، زاویه θ (میان نردبان و دیوار) حداکثر چقدر

می‌تواند باشد؟

ب) در این وضعیت (θ ماکزیموم) چه نیرویی از دیوار به نردبان وارد می‌شود؟



نردبان چون با زمین اصطکاک
دارد نمی لغزد.

$$\sum F_x = N_2 - f_1 = 0$$

$$\sum F_y = N_1 - W = 0$$

$$\sum \tau = -WL/2 \sin \theta - f_1 L \cos \theta + N_1 L \sin \theta = 0$$

$$\sum \tau = +WL/2 \sin \theta - N_2 L \cos \theta = 0$$

Payam Noor University Ebook

مسئله با استفاده از معادلات بالا حل می شود.

مسائل فصل دوازدهم

۱. در سیستم شکل زیر، قرقره را به صورت دیسک بگیرید و از اصطکاک صرف نظر کنید. مبدأ را در مرکز قرقره بگیرید.

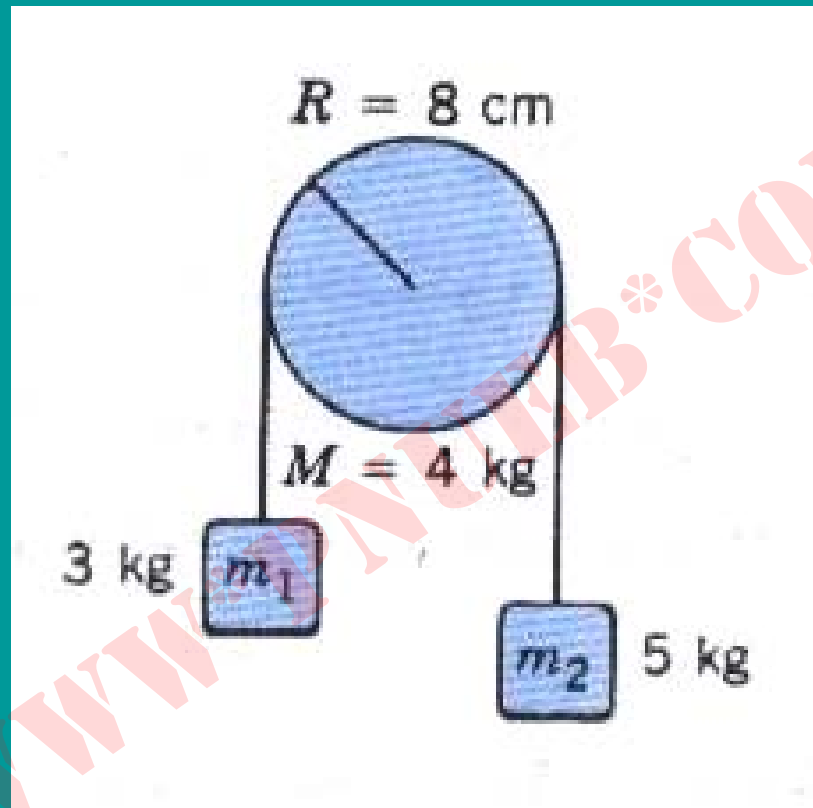
الف) گشتاور خالص وارد بر سیستم چقدر است؟

ب) تکانه زاویه‌ای سیستم وقتی جرمها به سرعت V رسیده‌اند چقدر است؟

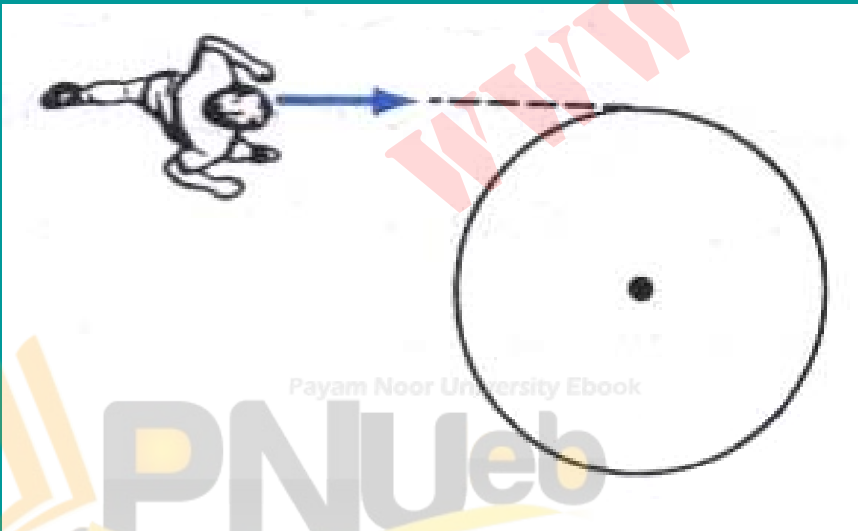
$$\tau = \frac{dL}{dt}$$

محاسبه کنید.

ج) شتاب حرکت جرمها را با استفاده از رابطه



۲. شخصي به جرم 60 kg در امتداد مماسي بر لبة سکوي دايره‌اي بي حرکتی که مي‌تواند آزادانه (و بدون اصطکاک) حول محور مرکزي‌اش بچرخد با سرعت 5 m/s در حال دویدن است. شعاع سکو 3 m و جرم آن 100 kg است (نگاه کنید به شکل زیر). اين شخص با همين سرعت روي لبة سکو مي‌پرد و همان‌جا مي‌ايستد. الف) سرعت زاويه‌اي سيستم (شخص + سکو) چقدر است؟ ب) چقدر انرژی مکانیکی تلف مي‌شود؟



Payam Noor University Ebook

PNUweb

۳. شکل زیر حلقه نازکی به جرم $M=1\text{ kg}$ و شعاع $m=4\text{ m}$ را نشان

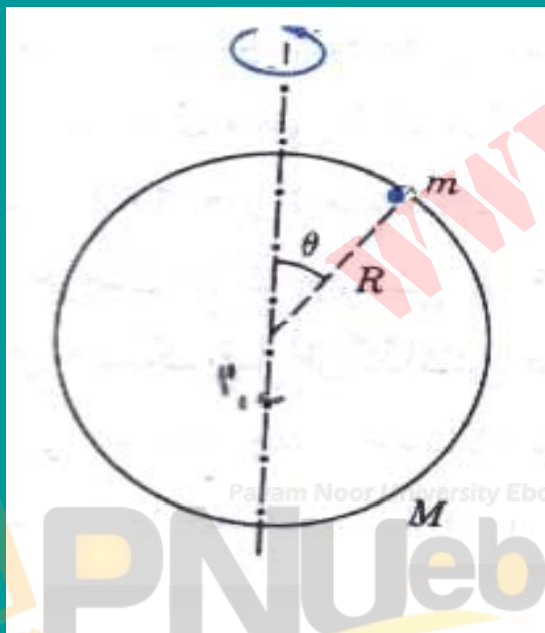
می دهد که حول قطر قائمش در چرخش است. (I) را بگیرد $\frac{1}{2} M R^2$.

مهرة کوچکی به جرم $m=2\text{ kg}$ می تواند بدون اصطکاک روی حلقه بلغزد.

وقتی مهرة در بالاترین قسمت حلقه باشد سرعت زاویه ای حلقه 5 rad/s

است. حساب کنید که وقتی مهرة به وضعیت برسد 45° زاویه ای

حلقه می شود؟



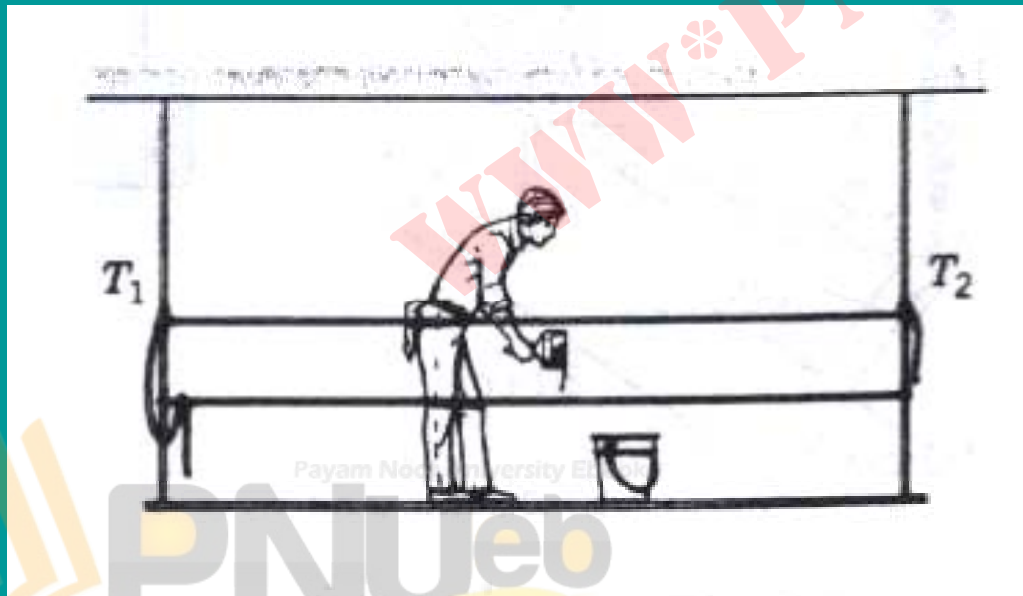
۴. تخته یکنواختی به جرم 5 kg و طول 3.6 m را با دو طناب قائم که به

دو سر آن بسته شده است آویزان کرده ایم (شکل زیر). نقاشی به جرم

60 kg در فاصله 0.5 m از مرکز تخته در طرف چپ آن ایستاده و سطی

به جرم 8 kg در فاصله 1 m از مرکز در طرف راست قرار گرفته است.

کشش طنابها، T_1 و T_2 چقدر است؟

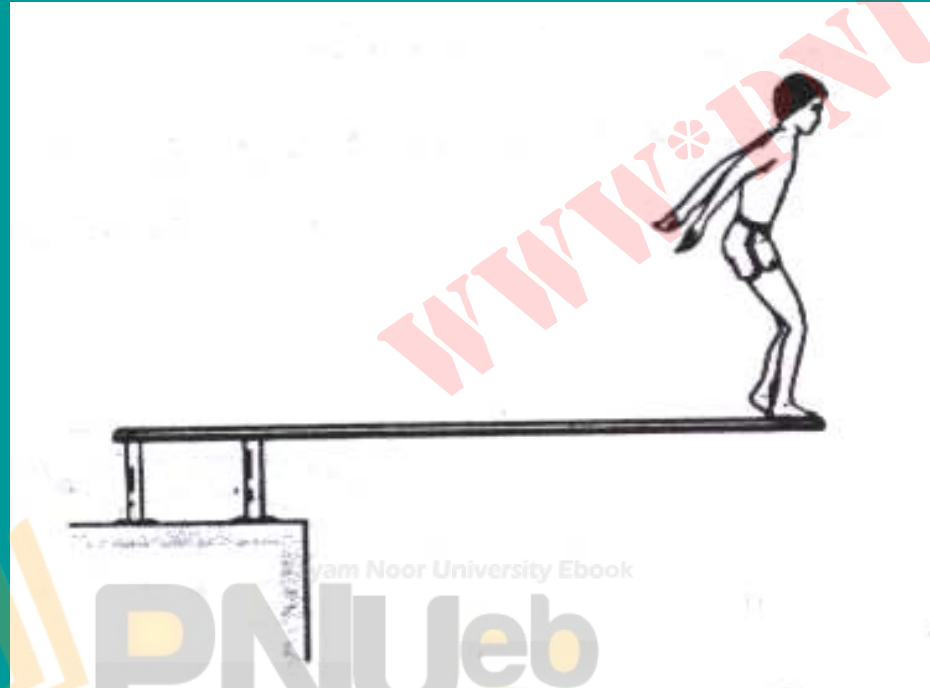


۵. يك شناگر ۶۰ كيلوگرمي در انتهاي تخته- شيرجه‌اي به طول ۳m و جرم

قابل اغماض ايستاده است (شکل زير). تخته شيرجه در انتهاي ديگرش روي دو

پايه ، به فاصله ۵۰ cm از يکديگر ، سوار شده است. هر يك از دو پايه چه

نيروي و درچه جهتي به تخته وارد مي‌کند؟ (انعطاف تخته را در نظر نگرید).



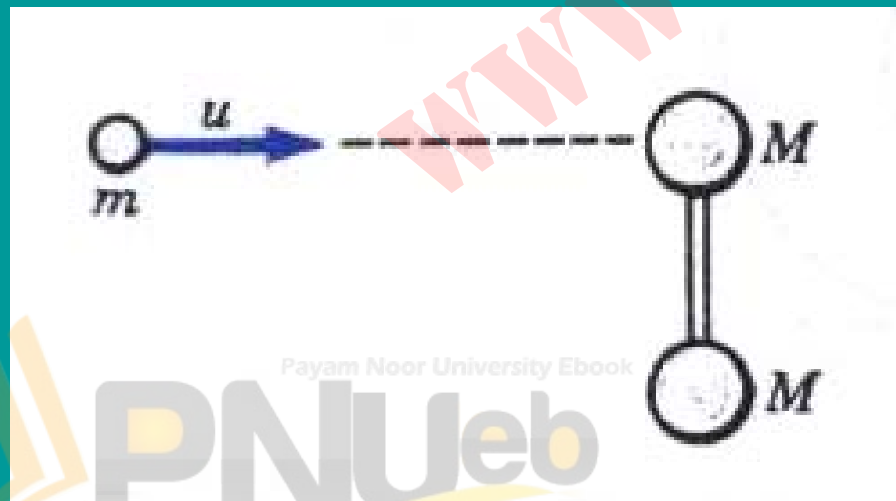
۶. ذره‌ای به جرم 5kg که با سرعت $u=4\text{m/s}$ در حرکت است به دمبلی

برخورد می‌کند (شکل زیر). این دمبل متشکل از دو جرم 1 کیلوگرمی است

که با میله بسیار کم جرمی به طول 2m به هم متصل‌اند. دمبل و ذره می‌توانند روی سطح افقی بدون اصطکاک بلغزند. (الف) سرعت مرکز جرم

سیستم پس از برخورد ذره با یکی از وزنه‌های دمبل و (چسبیدن به آن)

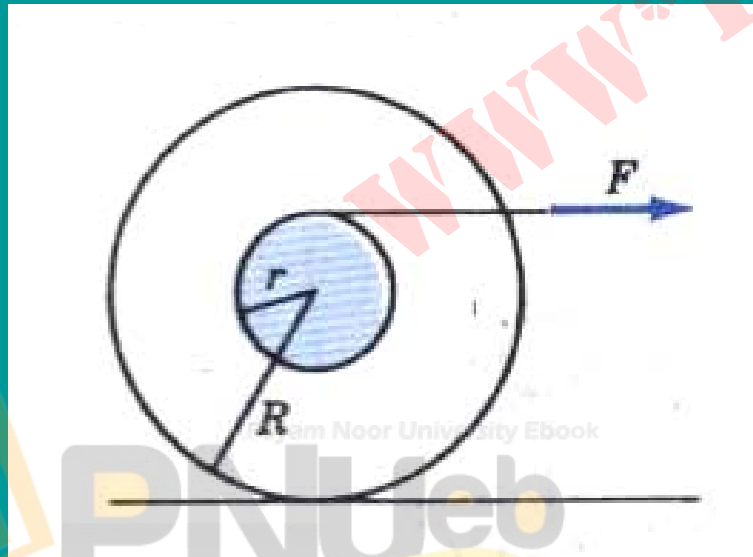
چقدر است؟ (ب) سرعت زاویه‌ای سیستم حول مرکز جرم چقدر است؟



Payam Noor University Ebook

PNUEB

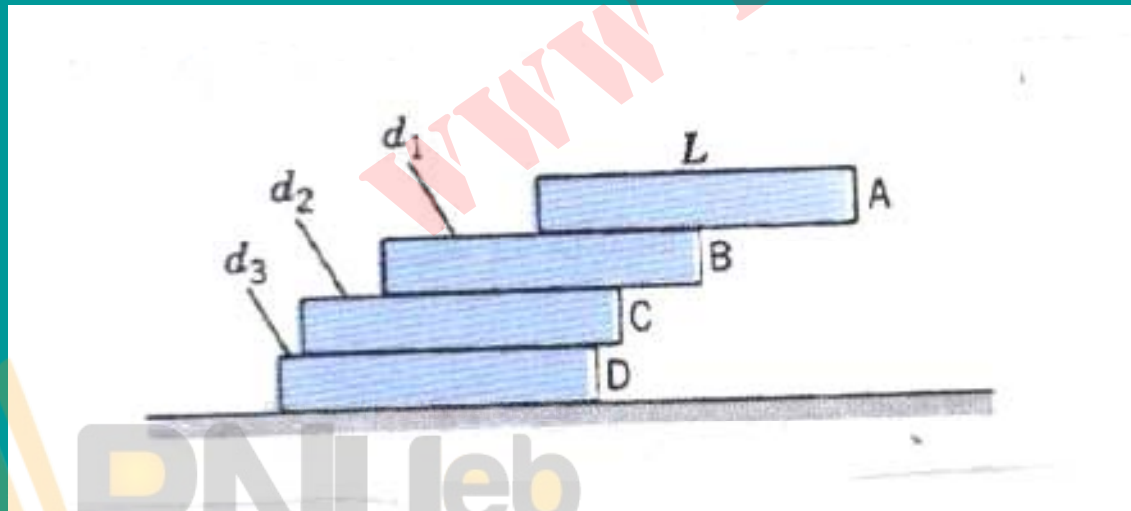
۷. سیستم شکل زیر چرخي است به جرم M و شعاع R که قرقره‌اي به شعاع r در وسط دارد (چيزي شبیه به یویو). لختي دوراني سیستم حول محور مرکزي اش I است. نخ را با نیروي F در جهتي که در شکل نشان داده شده است مي کشیم. اگر هیچ لغزشي در کار نباشد (الف) شتاب مرکز جرم سیستم چقدر است؟ (ب) نیروي اصطکاک سطح با چرخ چقدر است؟ (ج) در هر يك از حالاتي که r کوچکتر از IMR ، مساوي با اين مقدار، يا بزرگتر از آن باشد هر يك از کميات (الف) و (ب) چه تغیيري مي کند؟



۸. چهار قالب یکسان ، هر يك به طول L ، به صورتي كه در شكل زیر نشان داده شده است روی هم قرار گرفته اند. (الف) بیشترین مقدار d_1 بی آنکه قالب A واژگون شود ، چقدر است ؟

(ب) بیشترین مقدار d_2 بی آنکه A و B از روی C بیفتد ، چقدر است ؟

(ج) بیشترین مقدار d_3 بی آنکه A, B, C واژگون شوند ، چقدر می تواند باشد ؟



۹. می‌خواهیم استوانه‌ای به جرم $M=10\text{ kg}$ و شعاع $R=0.4\text{ m}$ را از پله‌ای به

ارتفاع $h=0.2\text{ m}$ بالا ببریم (شکل زیر). در هر یک از حالات زیر چه نیروی

افقی‌ای برای این کار لازم است؟

الف) اگر نیروی F_1 به محور مرکزی وارد شود،

ب) اگر نیروی (F_2) به لبه بالا اثر کند.

