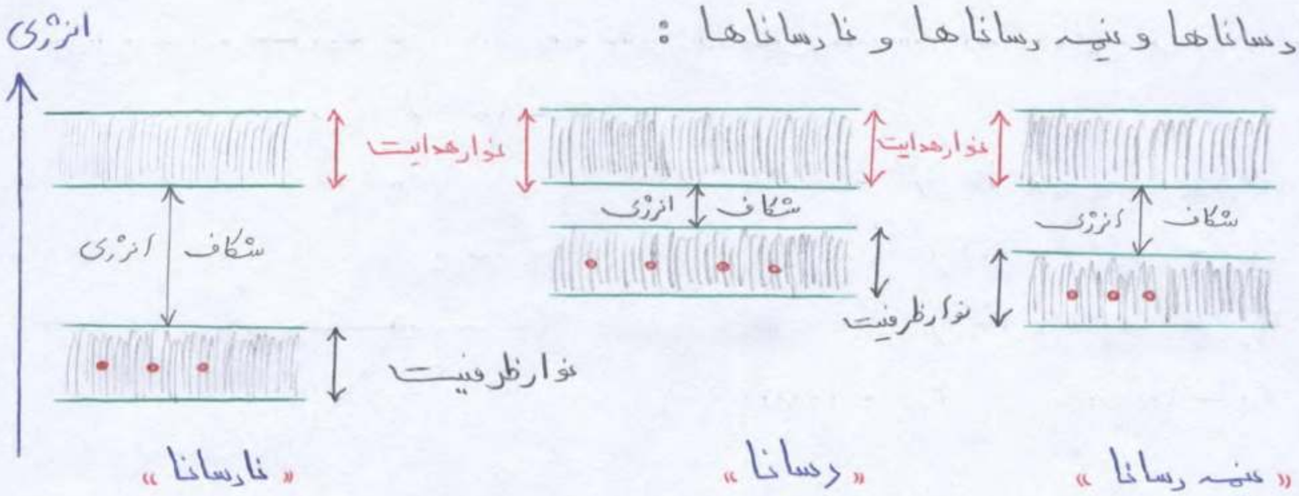
شریف جزوه

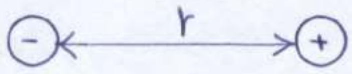
@sharifjozve96

رسانا‌ها و نیمه رسانا‌ها و نارسانا‌ها :



* نوار ظرفیت ← دارای الکترون * نوار هدایت ← فاقد الکترون

قانون کولن :



$F \propto \frac{1}{r^2}$ $\qquad F \propto qq'$ $\qquad F=\boxed{\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}}\times\frac{qq'}{r^2}$ $\qquad F=9\times10^9\times\frac{qq'}{r^2}$

$$\boxed{F=k\frac{qq'}{r^2}}$$ قانون کولن

$=k=9\times10^9\ \frac{N.m^2}{C^2}$ (ε_0 = ثابت گذردهی)

مثال : فرض کنید فاصلهٔ کل بارهای مثبت و کل بارهای منفی در یک سکهٔ مسی به اندازه‌ای است که نیروی جاذبه بین آنها ۴٫۵ است . این بارها چقدر باید با هم فاصله داشته باشند ؟

$$F=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\times\frac{qq'}{r^2}=\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \Rightarrow r=q\sqrt{\frac{1}{4\pi\varepsilon_0 F}}=$$

$$=1.3\times10^5\sqrt{\frac{9\times10^9}{4.5}}=5.8\times10^9\ m$$

$$F_1=F_{12}+F_{13}+F_{14}+\cdots$$

(نیروی وارد بر بار q_1)

$F_{12} \xrightarrow{\text{یعنی}}$ نیرویی که بار q_2 بر q_1 وارد می‌کند و ...

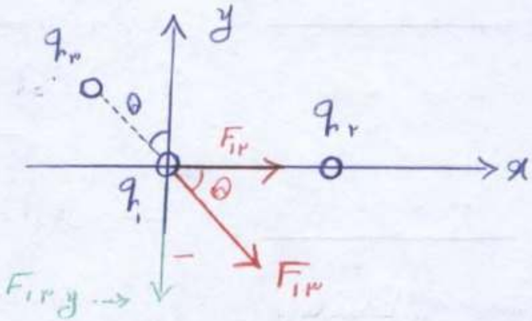
مثال = در شکل زیر ، ۳ بارِ q_1 و q_2 و q_3 نشان داده شده است . چه نیرویی بر q_1 وارد می شود ؟ ($\theta = 30^\circ$)

$q_1 = -(1 \times 10^{-6})\ C$

$q_2 = +(3 \times 10^{-6})\ C$

$q_3 = -(2 \times 10^{-6})\ C$

$r_{12} = 15\ cm \qquad r_{13} = 10\ cm$



(هنگام رسم نیروهای وارد بر یک بار ، باید ابتدای بردارهای نیرو ، روی آن بار باشد)

$$F_{12} = 9 \times 10^{9} \times \frac{(10^{-6} \times 3 \times 10^{-6})}{(1.5 \times 10^{-1})^2} = 1.2\ N$$

$$F_{13} = 9 \times 10^{9} \times \frac{(10^{-6} \times 2 \times 10^{-6})}{(1 \times 10^{-1})^2} = 1.8\ N$$

$$F_{1x} = F_{12x} + F_{13x} = F_{12} + F_{13} \cdot \sin 30^\circ = 1.2 + (1.8 \times \tfrac{1}{2}) = 2.1$$

$$F_{1y} = F_{12y} + F_{13y} = 0 - F_{13} \cdot \cos 30^\circ = -(1.8 \times \tfrac{\sqrt{3}}{2}) = -1.6$$

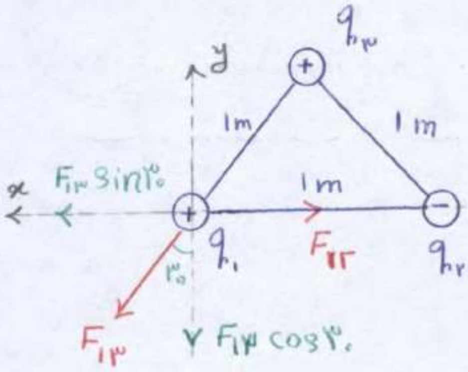
$$\vec{F_1} = 2.1\ \hat{i} - 1.6\ \hat{j}$$ (چون جهت نیروی F_{13y} به سمت پایین بود)

$$|\vec{F_1}| = \sqrt{F_{1x}^2 + F_{1y}^2 + 2 F_{1x} \cdot F_{1y} \cdot \cos\theta}$$

(که در این مثال ، $\cos\theta = 0$ است چون $\theta = 90^\circ$)

* بار الکتریکی ، یک کمیت کوانتیده است .

مثال: نیروی وارد بر بار q_1 را بیابید.



$q_1 = 1{,}6\times10^{-19}C \quad q_2 = -3{,}2\times10^{-19}C \quad q_3 = 1{,}6\times10^{-19}C$

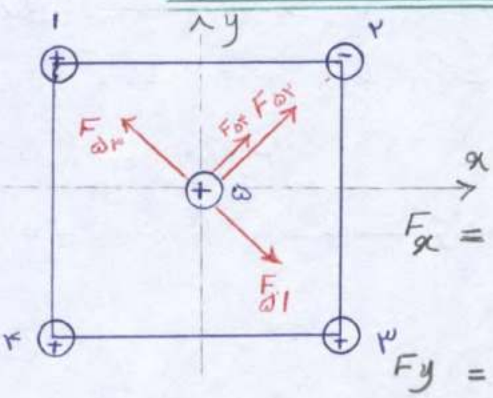
$$F_x = F_{12} + F_{13x} = F_{12} + (-F_{13}\sin 30) =$$

$$= k\left(\frac{q_1q_2}{r^2} - \frac{q_1q_3}{r^2}\left(\frac{1}{2}\right)\right) = k\left(q_1q_2 - \frac{q_1q_3}{2}\right)$$

$$F_y = F_{13}\cos 30 = k\frac{q_1q_2}{r^2}\frac{\sqrt{3}}{2}$$

بردار نیرو : $\vec{F} = F_x\hat{i} + F_y\hat{j}$ اندازهٔ نیرو : $|F| = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}$

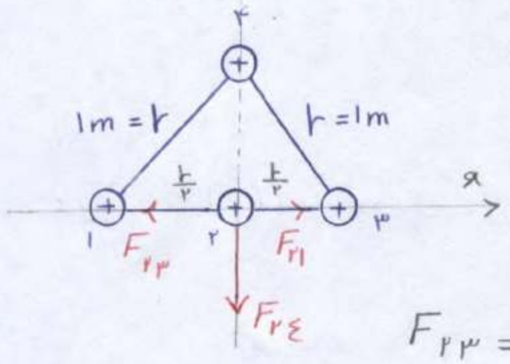
مثال: نیروی وارد بر بار q_5 را حساب کنید.



$$F_x = F_{52}\cos 45 + F_{54}\cos 45 + F_{51}\cos 45 - F_{53}\cos 45$$

$$F_y = -F_{51}\sin 45 + F_{52}\sin 45 + F_{53}\sin 45 + F_{54}\sin 45$$

مثال: نیروی وارد بر بار q_2 را بیابید.



$q_1 = q_3 = 3{,}2\times10^{-19}C \quad q_2 = 1{,}6\times10^{-19} \quad q_4 = 1{,}6\times10^{-19}$

$$F_{23} = -F_{21} \Rightarrow \sum F_x = 0$$

$$F_{24} = 9\times10^{9}\left(\frac{(1{,}6)^2\times10^{-38}}{\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2}\right) = \ldots$$

مثال = فاصلهٔ ۲ میان الکترون و پروتون در اتم هیدروژن ، در حدود $5.3 \times 10^{-11}\,m$ است. مطلوبست : الف) بزرگی نیروی الکتریکی ب) نیروی گرانش میان این دو ذره؟

$$F_e = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r^2} = \frac{9\times10^{9}\,(1.6\times10^{-19})^2}{(5.3\times10^{-11})^2} = 1.8\times10^{-8}\ N$$

$$F_g = G\frac{m_1 m_2}{r^2} = \frac{\overset{\text{ثابت گرانش}}{(6.7\times10^{-11})}\ \overset{\text{جرم پروتون}}{(9.1\times10^{-31})}\ \overset{\text{جرم الکترون}}{(1.7\times10^{-27})}}{(5.3\times10^{-11})^2} = 3.7\times10^{-47}\ N$$

پایستگی بار :

$$\underbrace{e^- + e^+}_{\text{بار خالص} = 0} \longrightarrow \underbrace{\gamma + \gamma}_{\text{بار خالص} = 0}$$

مثلاً اگر یک الکترون + یک پوزیترون شود (که بارهای الکتریکی آنها یکی است)، نتیجه ، یک اشعهٔ گاما + یک اشعهٔ گامای دیگر خواهد بود. یعنی هر دو تبدیل به انرژی می شوند.

امّا جرم سکون ، پایسته نیست و طبق رابطهٔ $E=mc^2$ تماماً تبدیل به انرژی می شود.

$${}^{238}_{92}U \longrightarrow {}^{234}_{90}Th + He^{4}$$

$${}^{44}_{20}Ca + \underset{1}{\text{پروتون}} \longrightarrow {}^{44}_{21}Sc + \underset{0}{\text{نوترون}}$$

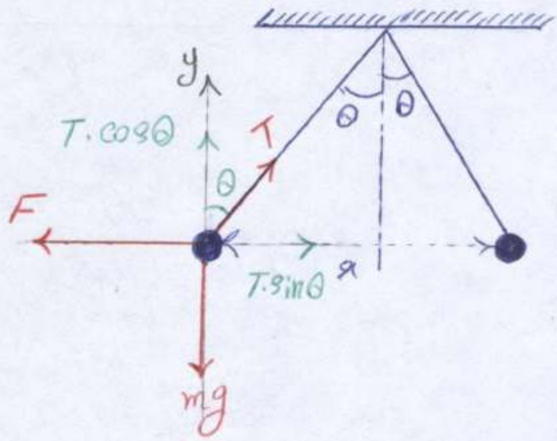
$$K^{\circ} \longrightarrow \pi^{+} + \pi^{-}$$ (واپاشی مزون)

مثال : دو گلوله رسانای مشابه به جرم m ، مطابق شکل ، از نخهای ابریشمی به طول L آویزان شده اند و دارای بارهای مشابه q هستند. فرض کنید θ آنقدر کوچک است که می توان به جای $\tan\theta$ ، مقدار مساوی آن یعنی $\sin\theta$ را قرار داد. با این فرض نشان دهید ← $x = \left(\frac{q^2 \cdot L}{2\pi \cdot \varepsilon_0 \, mg}\right)^{\frac{1}{3}}$

اگر $L = 120\,cm$ و $m = 10\,g$ و $x = 5\,cm$ ، مقدار q را بیابید (x فاصلهٔ گلوله ها)

حل : ابتدا باید ببینیم به هرکدام از گلوله ها ، چه نیروهایی وارد می شود. چون هر دو گلوله یکسان هستند لذا فقط برای یکی از آنها این نیروها را رسم می کنیم.

$F =$ نیروی دافعهٔ بین دو گلوله



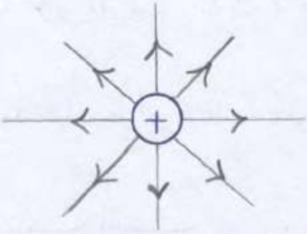
شرط تعادل
$$\begin{cases} \text{در راستای افق} \rightarrow T.\sin\theta = F = \left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q^2}{x^2}\right) & (1) \\ \text{در راستای قائم} \rightarrow T.\cos\theta = m.g & (2) \end{cases}$$

از تقسیم رابطهٔ (۱) بر (۲) داریم ←
$$\tan\theta = \frac{q^2}{4\pi\cdot\varepsilon_0\cdot mg\cdot x^2}$$

طبق فرض ، $\tan\theta = \sin\theta$ ⇐
$$\tan\theta = \sin\theta = \frac{x}{2L} = \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0\, mg\, x^2}$$
$$\Rightarrow x = \left(\frac{Lq^2}{2\pi\varepsilon_0\, mg}\right)^{\frac{1}{3}}$$

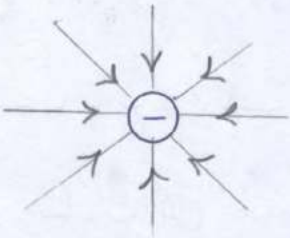
$$q = 2{,}38 \times 10^{-8}\ C$$

«میدان الکتریکی»



تراکم بیشتر خطوط میدان ←

میدان قوی‌تر



* بار مثبت، همیشه در جهت خطوط میدان حرکت می‌کند.

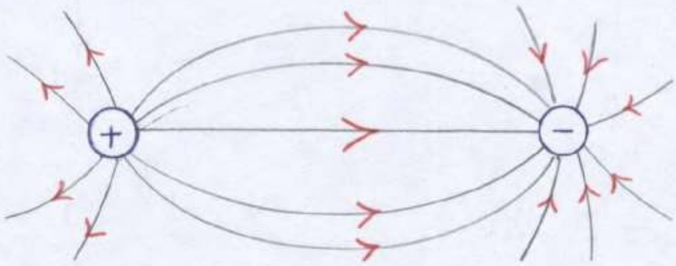
* بار منفی، همیشه در خلاف جهت خطوط میدان حرکت می‌کند.

$$E = \frac{F}{q_0} = \frac{\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \times \frac{q q_0}{r^2}}{q_0} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \times \frac{q}{r^2}$$

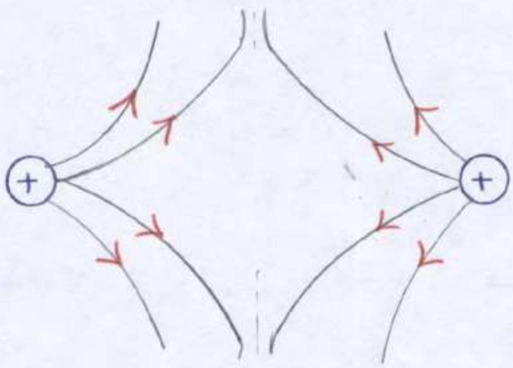
* در الکتریسیته، به جای جرم، بار داریم.

$$\begin{cases} F = m \cdot a \\ F = q \cdot E \end{cases}$$

$$g = G \frac{M}{r^2} \qquad E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q}{r^2}$$

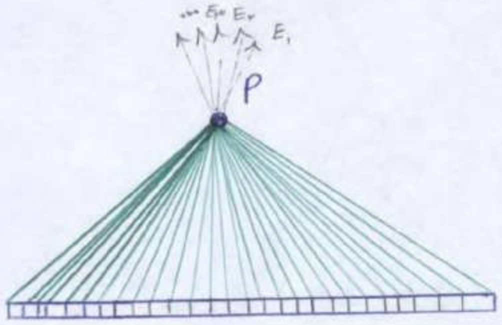


(میدان بارهای نقطه‌ای)



* بین دو بار همنام، میدان، صفر است؛ یعنی اگر باری بین دو بار همنام قرار گیرد هیچ نیرویی به آن وارد نمی‌شود.

میدان بار پیوسته :



q , L

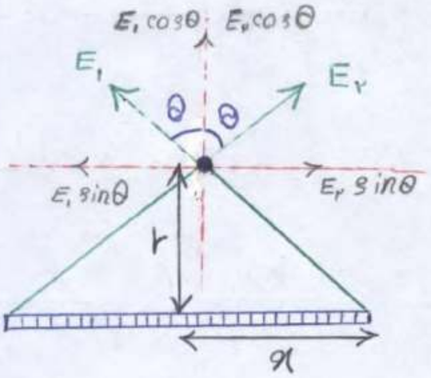
$$E = E_1 + E_2 + E_3 + \dots \qquad E = \sum \frac{\Delta q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = \int \frac{dq}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

(Δq = بار هر کدام از قسمت های کوچک)

$$\Delta q \to 0 \to dq$$

المان = ذره های کوچکی که در نظر می گیریم ؛ یعنی جسم را به آن ذره ها تقسیم می کنیم .

نکته = هر المان ، یک میدانی ایجاد می کند .



می خواهیم میدان را در نقطه ای که روی عمود منصف میله قرار دارد محاسبه نماییم . برای اینکار باید میله را به قسمت های کوچک تقسیم نماییم تا بار ، شبه بار های نقطه ای شود .

برای المان اول ، میدان را رسم می کنیم (یعنی ابتدا از المان به نقطهٔ مورد نظر وصل می نماییم و میدان را از آنجا رسم می کنیم که طبیعتاً دافعه خواهد بود)

یادآوری = همانطور که می دانیم همیشه در نقطهٔ مورد نظر ، فرض می کنیم بار مثبت داریم ؛

بار میله هم که مثبت است ⇐ E_1 دافعه خواهد بود .

چون شکل مورد نظر (میله) متقارن هست ، یک المان قرینه هم در نظر می گیریم .

به علت تقارن ← $\sum E_x = 0$ ⇐ فقط میدان در راستای y ها داریم .

$$\sum E_y = \sum \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{dq}{(r^2+x^2)} \cos\theta = \int \frac{dq}{4\pi\varepsilon_0 (r^2+x^2)} \frac{r}{\sqrt{r^2+x^2}}$$

$$E_y = \int \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{dq}{(r^2+x^2)} \frac{r}{\sqrt{r^2+x^2}}$$

$\sigma = \dfrac{q}{A}$ «چگالی بار سطحی»

$\rho = \dfrac{q}{V}$ «چگالی بار حجمی»

$\lambda = \dfrac{q}{L}$ «چگالی بار طولی»

نکته = در تمامی اجسام رسانا، بار در سطح خارجی جمع می‌شود.

برای بدست آوردن dq در مسئلهٔ میلهٔ باردار، ما چگالی بار طولی داریم.

«چون چگالی ثابت است»

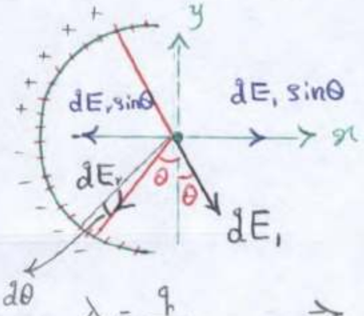
$$q = \lambda . L \Rightarrow dq = \lambda . dL + \underbrace{L . d\lambda}_{=0} \rightarrow dq = \lambda . dL$$

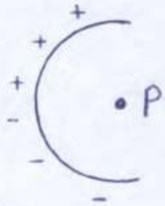
$$E_y = \int \frac{r \cdot \lambda \cdot dL}{4\pi\varepsilon_0 (r^2+x^2)^{\frac{3}{2}}} = \frac{r\lambda}{4\pi\varepsilon_0} \int_{-\frac{L}{2}}^{+\frac{L}{2}} \frac{dx}{(r^2+x^2)^{\frac{3}{2}}} = \frac{r\lambda}{4\pi\varepsilon_0} \left(\frac{x}{r^2\sqrt{r^2+x^2}} \right)_{-\frac{L}{2}}^{+\frac{L}{2}}$$

ما برای بازهٔ انتگرال، چون مبدأ مختصات را وسط میله تعیین کرده بودیم، و طول میله نیز L بود، طول اولین المان برابر $-\frac{L}{2}$ و طول آخرین المان برابر $+\frac{L}{2}$ بود.

نکته برای مثال صفحهٔ بعد = همیشه در اشکال دایره‌ای شکل، باید «طول» را به «زاویه» تبدیل کنیم،

مثال: یک میلهٔ شیشه ای باریک به صورت نیم دایره ای به شعاع R خم شده است. بارِ $+Q$ در نیمهٔ بالا و بار $-Q$ در نیمهٔ پایین به طور یکنواخت توزیع شده است. میدان الکتریکی E را در نقطهٔ P (مرکز نیم دایره) پیدا کنید.





چون یک میلهٔ باردار داریم بنا براین بار ما ، در طول این میله پراکنده شده است. پس میله را به المانهای کوچک تقسیم می کنیم و چون شکل ما تقارن دارد $\frac{1}{2}$ المانِ قوسی در نظر می گیریم.

$$\lambda = \frac{q}{L} \Rightarrow q = \lambda . L$$

$$dE_1 = dE_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{dQ}{R^2} \qquad dQ = \lambda . dL = \left(\frac{\overset{\text{بار کل نیم حلقه}}{2Q}}{\underset{\text{طول کل نیم حلقه}}{\pi R}}\right) dL$$

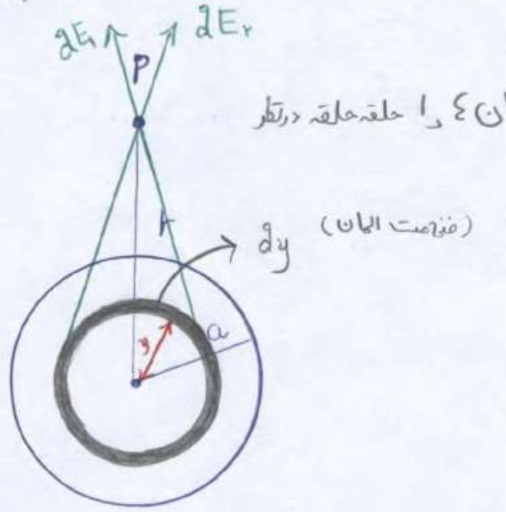
طول المان

$$E_y = \int \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{2Q\,dL}{\pi R\, R^2}\cos\theta \qquad \sin d\theta = \frac{dL}{R} \qquad d\theta \ll 6^\circ \rightarrow \sin\theta = \theta \qquad dL = R\,d\theta$$

$$E_y = \int \frac{2QR\,d\theta}{4\pi\epsilon_0 \pi R^3}\cos\theta = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 \pi R^2}\int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}}\cos\theta . d\theta = \frac{2Q}{2\epsilon_0\pi^2R^2} = \frac{Q}{\epsilon_0\pi^2R^2}$$

تصویر میدان E روی محور x ، همدیگر را خنثی می کنند؛ در حالیکه تصاویرشان روی محور y ، همدیگر را تقویت می کنند.

مثال: قرص نازکی به شعاع a به طور یکنواخت باردار شده و بارِ واحد سطح آن σ است. میدان الکتریکی را روی محور این قرص و در فاصلهٔ h از آن بیابید.



* اولین گام، انتخابِ المانِ مناسب است که ما در اینجا ، المان ها را حلقه حلقه در نظر می گیریم.

در راستای x ، میدان های المان ها ، همدیگر را خنثی کردند.

$$dE_y = \int \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\,\frac{dq}{(r^2+y^2)} \qquad \sigma=\frac{q}{A} \Rightarrow q=\sigma\cdot A \qquad A=\pi R^2 \Rightarrow$$

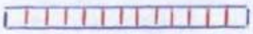
$$dA = 2\pi R\, dR \qquad dA = 2\pi y\cdot dy$$

$$dq=\sigma\cdot dA=\sigma\cdot 2\pi y\cdot dy \qquad E=\int dE=\int \frac{2\pi y\cdot \sigma\cdot dy}{4\pi\varepsilon_0\,(y^2+r^2)^{\frac{3}{2}}}$$

$$E=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\int_0^a \frac{y\cdot dy}{(y^2+r^2)^{\frac{3}{2}}} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left(1-\frac{r}{\sqrt{a^2+r^2}}\right)$$

« المان اشکال مختلف »

* میله :



$\lambda=\frac{q}{L} \qquad dq=\lambda.dL$

* حلقه :

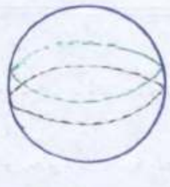
$\lambda=\frac{q}{L} \qquad dq=\lambda.dL$

$$\begin{cases} \sin d\theta=\frac{dL}{R} & d\theta<6^\circ \\ dL=R\cdot d\theta & dq=\lambda R\,d\theta \end{cases}$$

* صفحهٔ باردار دایره‌ای - یا - قرص - یا - دیسک :

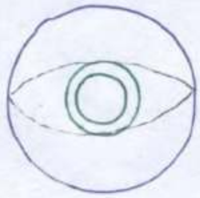
$\sigma=\frac{q}{A} \qquad dq=\sigma.d\theta=2\pi R.\sigma.d\theta$

* کرهٔ رسانای باردار :
(بار سطحی)



$\sigma=\frac{q}{A} \qquad dq=2\pi R.\sigma.dR$

* کرهٔ نارسانای باردار :
(بار حجمی)



$V=\frac{4}{3}\pi R^3 \qquad \rho=\frac{q}{V}$

$dq=\rho.dV \qquad (dV=4\pi R^2\,dR)$

$$dq=\rho\cdot 4\pi R^2\,dR$$

قانون گاوس : این قانون، بیشتر برای بدست آوردن میدان استفاده می‌شود.

$$\oint E \cdot ds = \frac{q}{\varepsilon_0} = \phi_E$$

ϕ_E = شار الکتریکی = تعداد خطوطی که در واحد زمان از واحدِ سطح، عبور می‌کند.

* اگر شکل ما، متقارن باشد، می‌توان از قانون گاوس استفاده نمود. این قانون بیان می‌کند که: یک سطح فرضی در نظر بگیرید که ترجیحاً شبیه شکل مورد نظر باشد. سپس نگاه کنید که داخلِ آن شکل فرضی، چه مقدار بار وجود دارد که آن مقدار را می‌بایست در فرمول، به جای q قرار دهید. ds هم که مساحتِ سطح فرضی است.

شرایط استفاده از قانون گاوس :

۱- سطح فرضی، ترجیحاً هم شکل جسم باشد.

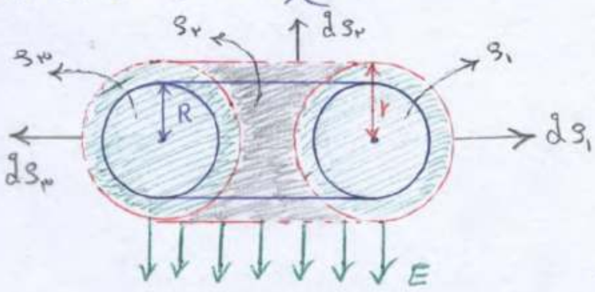
۲- سطح فرضی، از نقطهٔ مورد نظر بگذرد.

۳- q بار داخلِ سطح فرضی باشد.

۴- سطح فرضی بسته باشد.

۵- ds همیشه عمود بر سطح به سمت خارج می‌شود.

مثال: مطلوبست، میدانِ خارج استوانهٔ رسانای باردار:



$$\oint E \cdot ds = \oint E \cdot ds_1 + \oint E \cdot ds_2 + \oint E \cdot ds_3 = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

$$E(\pi r^2)\cdot\cos\frac{\pi}{2} + E(2\pi r L)\cdot\cos 0 + E(\pi r^2)\cos\frac{\pi}{2} = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

$$\Rightarrow \quad E(2\pi r L) = \frac{q}{\varepsilon_0} \quad \Rightarrow \quad E = \frac{q}{2\pi r L\varepsilon_0}$$

(در این شکل، ۳ سطح بسته داشتیم و ds در حقیقت، مساحت سطح بسته می‌باشد.

$$\oint E \cdot ds = \oint E\, ds \cos\theta$$

($\theta \leftarrow$ زاویهٔ بین E و ds)

بدست آوردن قانون کولن از قانون گاوس :

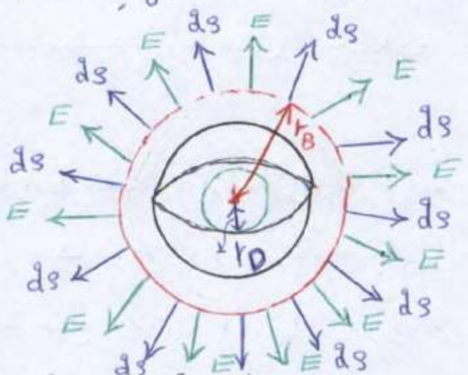
آنچه در قانون کولن برای ما مجهول بود : « میدان در خارج از یک بار نقطه ای به فاصلهٔ r »

$$\oint E.ds = \frac{q}{\varepsilon_0} \qquad E(4\pi r^2) = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

$$\Rightarrow E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

$$F = Eq' \Rightarrow F = \frac{qq'}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

مثال = میدان الکتریکی را در نقاط داخل، خارج و روی کرهٔ رسانای توپر باردار به بار q بیابید (شعاع کره R می باشد)



نکته = روی سطح گاوس، نباید بار باشد.

الف = نقاط خارج ←

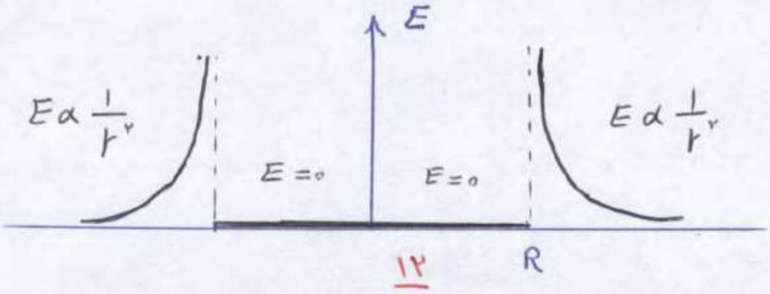
$$\oint E.ds = \frac{q}{\varepsilon_0} \Rightarrow E(4\pi r_B^2) = \frac{q}{\varepsilon_0} \Rightarrow E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r_B^2}$$

ب = نقاط روی کره ← برای نقاط روی کره، چون بار روی سطح فرضی قرار می گیرد نمی توان از قانون گاوس استفاده کرد. پس برای نقاط روی کره از رابطهٔ نقاط خارج کره استفاده می کنیم: $E_r = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R^2}$

ج = نقاط داخل ← $E = 0$

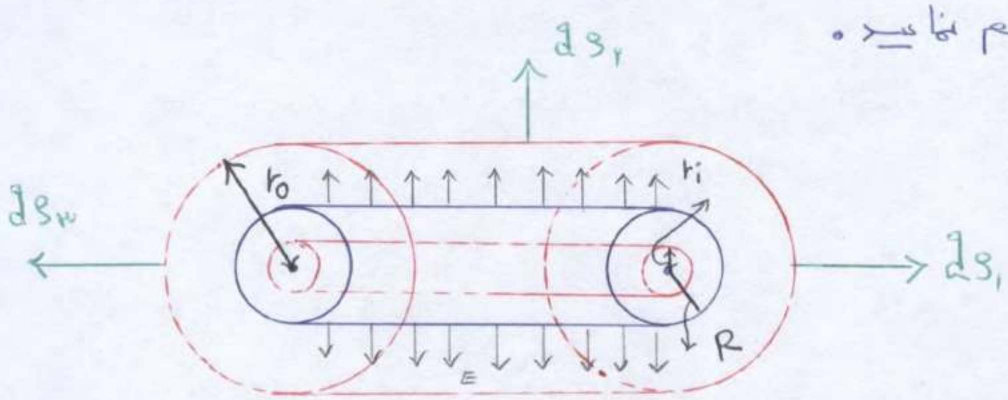
$$\oint E.ds = \frac{q}{\varepsilon_0} \Rightarrow E(4\pi r_D^2)\cos 0 = \frac{0}{\varepsilon_0}$$

نکته = همواره میدان داخل اجسام رسانا صفر است ⇐ بار روی سطح خارجی قرار می گیرد.



برای کره به شعاع R

مثال = میدان الکتریکی را در نقاط داخل، خارج و روی یک استوانه توخالی باردار به شعاع R وطول L وبار q بیابید ونمودار آنرا نیز رسم نمایید.



الف = نقاط خارج استوانه: $\oint E\cdot ds_1 + \oint E\cdot ds_2 + \oint E\cdot ds_3 = \frac{q}{\varepsilon_0}$ $\qquad \oint E\cdot ds = \frac{q}{\varepsilon_0}$

$$\underbrace{E(\pi r_0^2)\cos\frac{\pi}{2}}_{0} + E(2\pi r_0 L)\cos 0 + \underbrace{E(\pi r_0^2)\cos\frac{\pi}{2}}_{0} = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

$$E_0 = \frac{q}{2\pi r_0 \varepsilon_0 L}$$

ب = نقاط روی استوانه:

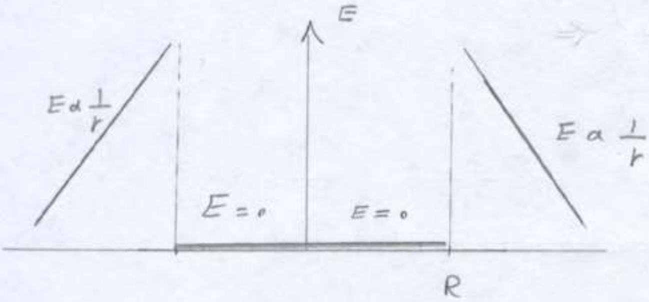
$$E_r = \frac{q}{2\pi \varepsilon_0 L R}$$

ج = نقاط داخل استوانه:

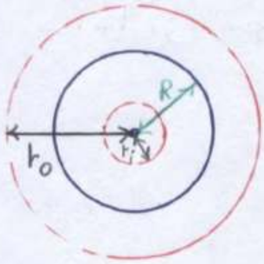
$$\oint E\cdot ds_1 + \oint E\cdot ds_2 + \oint E\cdot ds_3 = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

$$\underbrace{E(\pi r_i^2)\cos\frac{\pi}{2}}_{0} + E(2\pi r_i L)\cos 0 + \underbrace{E(\pi r_i^2)\cos\frac{\pi}{2}}_{0} = \frac{0}{\varepsilon_0}$$

$$E_i = 0$$



مثال = میدان را در داخل ، خارج و روی کره‌ی توپر رسانایی به چگالی بار حجمی $\rho = \rho_0 r$ بیابید . (کره باردار است)



$$v = \frac{4}{3}\pi R^3 \quad \Rightarrow \quad dv = 4\pi R^2 dR$$

$$\rho = \frac{q}{v} \qquad q = \rho . v = \rho_0 r (4\pi r^2 dr)$$

الف = نقاط خارجی :

$$\oint E . ds = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

$$E(4\pi r_0^2) = \frac{\rho v}{\varepsilon_0} = \frac{\int_0^{r_0} \rho_0 r (4\pi r^2) dr}{\varepsilon_0} = \frac{4\rho_0 \pi (\frac{r^4}{4})_0^{r_0}}{\varepsilon_0} = \frac{\rho_0 \pi r_0^4}{\varepsilon_0}$$

$$E = \frac{\rho_0 \pi r_0^4}{\varepsilon_0 4\pi r_0^2} = \frac{\rho_0 r_0^2}{4\varepsilon_0}$$

ب = نقاط داخلی :

$$\oint E . ds = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

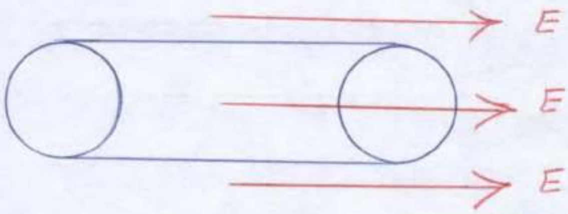
$$E(4\pi r_i^2) = \frac{\int_0^{r_i} \rho_0 r (4\pi r^2 dr)}{\varepsilon_0} = \frac{\rho_0 4\pi r_i^4}{4\varepsilon_0} = \frac{\rho_0 \pi r_i^4}{\varepsilon_0}$$

$$E = \frac{\rho_0 \pi r_i^4}{4\pi r_i \varepsilon_0} = \frac{\rho_0 r_i^2}{4\varepsilon_0}$$

ج = روی کره : $E = \frac{\rho_0 R^2}{4\varepsilon_0}$

در مرکز کره ← $E = 0 \Leftarrow r_i = 0$

مثال = شکل زیر، یک استوانهٔ بستهٔ فرضی به شعاع R واقع در میدان الکتریکی یکنواخت E را نشان می‌دهد و محور استوانه با میدان موازی است. شار الکتریکی مربوط به این سطح بسته را محاسبه نمایید.



$$\phi_E = \oint E \cdot ds = \frac{q}{\varepsilon_0} = 0$$

مثال = رابطه‌ای برای E در نقاط خارج و داخل توزیع بار بیابید (چگالی بار ρ و بار کل q)

* توزیع بار با تقارن کروی: چگالی بار ρ در هر نقطه فقط به فاصلهٔ آن نقطه تا مرکز کره بستگی دارد نه راستا.

نقاط خارج: $\oint E \cdot ds = E(4\pi r^2) = \frac{q}{\varepsilon_0}$ $\qquad E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$

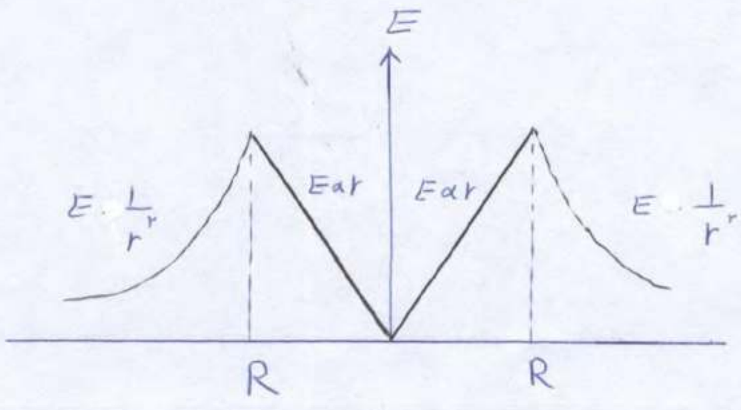
بار داخل کره کوچک

نقاط داخل: $\oint E \cdot ds = \frac{q'}{\varepsilon_0}$ $\qquad E(4\pi r'^2) = \frac{q'}{\varepsilon_0}$ $\qquad E = \frac{q'}{4\pi\varepsilon_0 r'^2}$

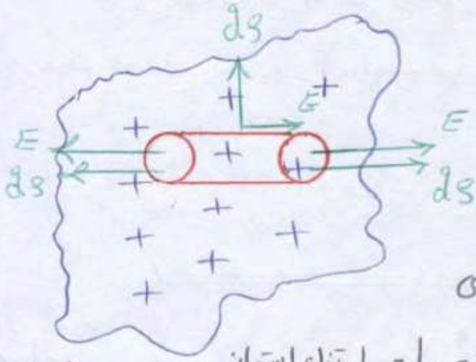
حجم کره کوچک

$$\frac{q}{V} = \frac{q'}{V'} \Rightarrow q' = q\frac{V'}{V} \Rightarrow q' = q\frac{\frac{4}{3}\pi r'^3}{\frac{4}{3}\pi R^3}$$

$$\Rightarrow q' = q\left(\frac{r}{R}\right)^3 \qquad E = \frac{qr}{4\pi\varepsilon_0 R^3}$$



مثال = چگالی بار سطحی ورقهٔ نامتناهی بار ، σ می باشد. E را در فاصلهٔ r از جلوی ورقه بیابید.



* چون شکل متقارن است بنابراین می توان با استفاده از سطح فرضی ، مسئله را حل نمود. اما چون شکل نامتناهی است نمی توان سطح فرضی را هم شکل با شکل اصلی در نظر گرفت (چون ابتدا و انتهای سطح فرضی را نخواهیم داشت)

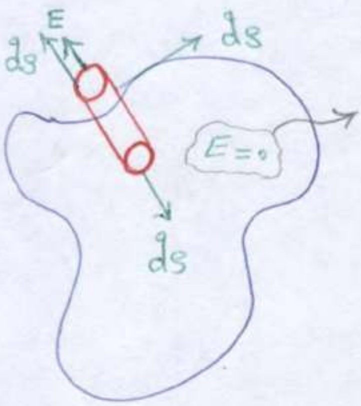
$A =$ مساحت سطح مقطع ، $L = 2r =$ ارتفاع استوانه

برای سطح جانبی

$$\overset{0}{\oint E\cdot ds_1} + \oint E\cdot ds + \oint E\cdot ds = \frac{q}{\varepsilon_0} \qquad \varepsilon_0(EA+EA) = \sigma A = q$$

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

مثال = رسانای بارداری به چگالی بار سطحی σ در نظر بگیرید. میدان E را در نقاطی به فاصلهٔ کوتاه از بالای سطح محاسبه کنید. (داخل رسانا ، عایق بندی شده است)



چون عایق است

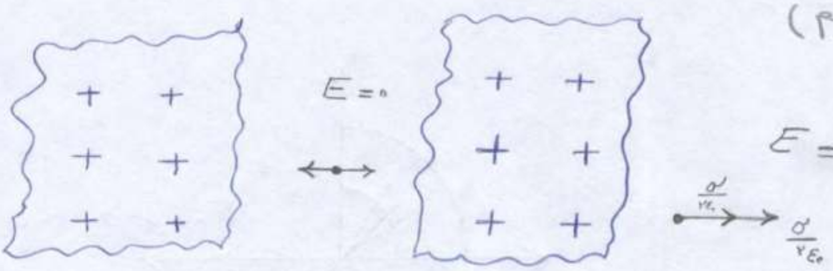
$$\oint E\cdot ds = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

$$\overset{\text{جانبی}}{\oint E\cdot ds} + \overset{\text{داخل}}{\oint E\cdot ds} + \oint E\cdot ds = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

$$EA = \frac{q}{\varepsilon_0} = \frac{\sigma A}{\varepsilon_0} \Rightarrow E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

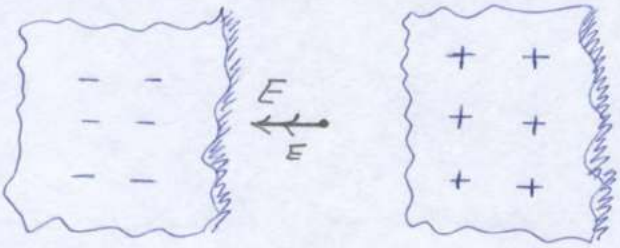
مثال = میدان الکتریکی را در نقاط بین و خارج دو صفحه زیر بیابید.

(قبلاً بدست آورده‌ایم)



$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} + \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

مثال = میدان را در نقاط بین دو صفحه زیر که پشت آنها عایق است بیابید.

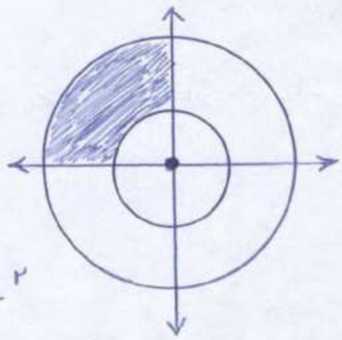


$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} + \frac{\sigma}{\varepsilon_0} = \frac{2\sigma}{\varepsilon_0}$$

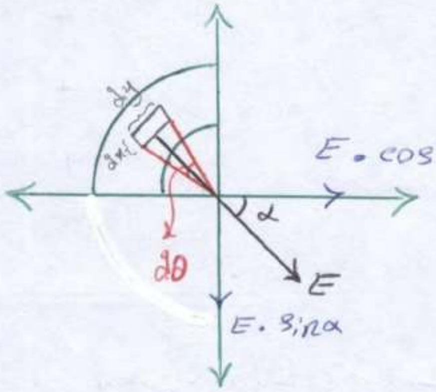
(قبلاً بدست آورده‌ایم)

* نکته کلی = هر چیزی که به المان مربوط می‌شود، d می‌گیرد. (dE ، $d\theta$ و ...)

مثال حل شده در کلاس حضوری :



$\sigma = \sigma_0 r^2$



$E_x = \int dE \cdot \cos\theta$

$E_y = \int dE \cdot \sin\theta$

$\sigma = \frac{q}{A} \quad \Rightarrow \quad q = \sigma \cdot A \quad \Rightarrow \quad dq = \sigma \cdot dA$

$\sin d\theta = \frac{dx}{r} \quad \Rightarrow \quad dx = r \cdot d\theta \quad \Rightarrow \quad dq = \sigma \cdot r \cdot dr \cdot d\theta$

$* \quad E_x = \int dE \cdot \cos\theta = k \int \frac{\sigma r \, dr \, d\theta}{r^2} \cos\theta = k\sigma_0 \int \frac{r^3 \, dr \, d\theta}{r^2} \cos\theta$

$= k\sigma_0 \int_{R_1}^{R_2} r \cdot dr \int_0^{\frac{\pi}{2}} d\theta \cdot \cos\theta = k\sigma_0 \left(\frac{r^2}{2}\right)\Big| \; (\sin\theta)\Big|$

$= \frac{\sigma_0}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{R_2^2}{2} - \frac{R_1^2}{2}\right)(1)$

$* \quad E_y = \int dE \cdot \sin\theta = k \int \frac{\sigma_0 r^2 \cdot r \, d\theta}{r^2} \sin\theta =$

$= k\sigma_0 \int_{R_1}^{R_2} r \cdot dr \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin\theta \cdot d\theta = \frac{\sigma_0}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{R_2^2}{2} - \frac{R_1^2}{2}\right)(1)$

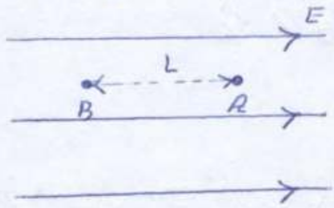
بردار میدان $= \vec{E} = E_x \hat{i} + E_y \hat{j}$

« پتانسیل الکتریکی »

پتانسیل الکتریکی : انرژی الکتریکی واحد بار. $\left(\frac{J}{C}\right) = volt$

$$V = \frac{W}{q}$$

* فرض کنید می‌خواهیم بار مثبت q_0 را از نقطهٔ A به B منتقل نماییم. چون این جابجایی در میدان صورت می‌گیرد، پس نیرو داریم $(F = Eq_0)$ و چون حرکت استاتیکِ ما شتابدار است، ما از بیرون، نیروی $F' = -Eq_0$ را وارد می‌کنیم تا حرکتِ ما بدون شتاب باشد. حال می‌خواهیم ببینیم کارِ نیروی F' یعنی (W_{AB}) چقدر است.



$$W_{AB} = \int \vec{F'} \cdot \vec{dL} = -q_0 \int E \cdot dL$$

با توجه به این رابطه، می‌توان گفت میدانِ الکتریکی، مشتقِ پتانسیل الکتریکی است نسبت به فاصله با علامتِ منفی. یعنی ←

$$\vec{E} = -\vec{\nabla} V$$

(∇ ← گرادیان ← مشتق نسبت به زمان)

بردار میدان در فضا :
$$\vec{E} = -\left(\frac{dV}{dx}\hat{i} + \frac{dV}{dy}\hat{j} + \frac{dV}{dz}\hat{k}\right)$$

مثال = رابطهٔ پتانسیل الکتریکی در فضا به صورت $V = 4x^2 - 6y$ داده شده است. میدان الکتریکی را در آن فضا بیابید.

$$E_x = -\frac{dV}{dx} = -8x$$

$$E_y = -\frac{dV}{dy} = 6$$

$$\Rightarrow \vec{E} = -8x\hat{i} + 6\hat{j}$$

• $W_{AB} = -q_0 \int_A^B E \cdot dL = q_0 \int \frac{dV}{dL}\, dL \cos 0 = q_0 (V)\Big|_A^B = q_0 (V_B - V_A)$

α $(V_B - V_A) = V_{BA} \rightarrow$ (اختلاف پتانسیل بین A و B)

α $W_{AB} = q_0 V_{BA} \rightarrow$ (کار لازم برای انتقال q_0 از A تا B)

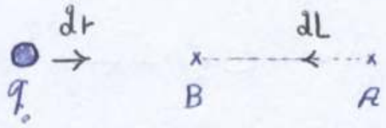
$$* \text{ if } \quad q_0 > 0 \rightarrow \begin{cases} W < 0 \Rightarrow V_B < V_A \\ W > 0 \Rightarrow V_B > V_A \end{cases}$$

•

$$\boxed{V_B - V_A = -\int_A^B \vec{E} \cdot \vec{dL}}$$

(انتگرال خطی گاوس)

* محاسبهٔ پتانسیل الکتریکی ناشی از یک بار نقطه‌ای در نقاط اطراف :



$\vec{dL} = -\vec{dr} \Leftarrow$

dr ← درجهت افزایش شعاع

dL ← از مبدأ به مقصد

(نشان می دهد میدان درجهت r یعنی شعاع است)

(زاویهٔ بین E و dL)

• $V_B - V_A = -\int \vec{E} \cdot \vec{dL} = -\int k \frac{q}{r^2} \hat{r} \cdot dL \cdot \cos\theta =$

(زاویهٔ بین E و dr)

$= -\int \vec{E} \cdot (-\vec{dr}) = -\int k \frac{q}{r^2} (-dr) \cos 180 =$

$= kq \int_{r_A}^{r_B} \frac{dr}{r^2} = kq \left(\frac{1}{r_B} - \frac{1}{r_A} \right)$

همیشه نقطهٔ مبدأ (r_A) را ∞ درنظر می‌گیریم (طبق قرارداد) . بنابراین :

• $r_A = \infty \Rightarrow V_A = V_\infty = 0 \Rightarrow V_B - 0 = kq \left(\frac{1}{r_B} - 0 \right) \Rightarrow$

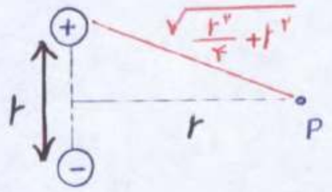
$V_B = \frac{kq}{r_B}$ (نسبت به ∞)

* پتانسیل الکتریکی یک کمیت اسکالر می باشد. بنابراین: $V = V_1 + V_2 + \dots$

(پتانسیل الکتریکی چند بار نقطه‌ای) $\Rightarrow$

$$\boxed{V = k \sum \frac{q}{r}}$$

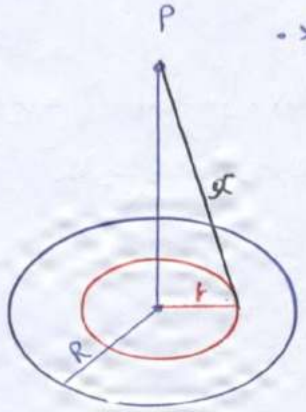
محاسبهٔ پتانسیلِ الکتریکی ناشی از یک دوقطبیِ الکتریکی در نقطه‌ای روی عمود منصف آن:



$$V_1 = k \frac{q}{\sqrt{\frac{r^2}{4}+r^2}} \qquad V_2 = k \frac{-q}{\sqrt{\frac{r^2}{4}+r^2}}$$

$$V_P = V_1 + V_2 = 0$$

مثال: پتانسیل الکتریکی ناشی از یک دیسک باردار در نقطه‌ای روی محور آن دیسک به شعاعِ R و چگالی بار یکنواخت σ را بدست آورید.



چون بار پیوسته است بنابراین انتگرال می‌گیریم.

$$dq = \sigma . ds = \sigma 2\pi r dr$$

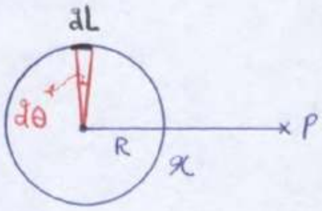
$$V = k\int \frac{dq}{r} = k\int \frac{2\pi\sigma r\, dr}{\sqrt{x^2+r^2}} = 2k\pi\sigma \int \frac{r\, dr}{\sqrt{r^2+x^2}} =$$

$$= 2k\pi\sigma \left(\sqrt{r^2+x^2}\right)_0^R = 2k\pi\sigma\left(\sqrt{R^2+x^2} - x\right) =$$

$$= \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left(\sqrt{R^2+x^2} - x\right)$$

در مرکز $\rightarrow x = 0 \Rightarrow V = \frac{\sigma R}{2\varepsilon_0}$

مثال = پتانسیل الکتریکی ناشی از یک حلقهٔ باردار به شعاع R و چگالی بارِ طولی یکنواخت λ در نقطه‌ای روی محور حلقه به فاصلهٔ x از مرکز بیابید.



$$\sin d\theta = \frac{dL}{R} \quad \theta < 6^\circ \Rightarrow dL = R.\,d\theta$$

$$dq = \lambda . dL$$

$$V = \int k\frac{dq}{r} = k\lambda\int\frac{dL}{\sqrt{R^2+x^2}} = k\lambda\int\frac{R\cdot d\theta}{\sqrt{R^2+x^2}}$$

$$= \frac{k\lambda R}{\sqrt{R^2+x^2}}\int_0^{2\pi} d\theta = \frac{2\pi k\lambda R}{\sqrt{R^2+x^2}}$$

میدان در نقطهٔ P : $E = -\dfrac{dV}{dx} = \dfrac{k\lambda 2\pi R x}{(R^2+x^2)^{\frac{3}{2}}}$

مثال = پتانسیل الکتریکی ناشی از یک استوانهٔ باردار بلند رسانا در نقاط داخل، خارج و روی استوانه بیابید.

$$V = -\int E.\,dr$$

قبلاً بدست آوردیم که :

$$\oint E.\,ds = \frac{q}{\varepsilon_0} \Rightarrow E(2\pi r l) = \frac{\lambda L}{\varepsilon_0} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r} = \frac{2\lambda k}{r}$$

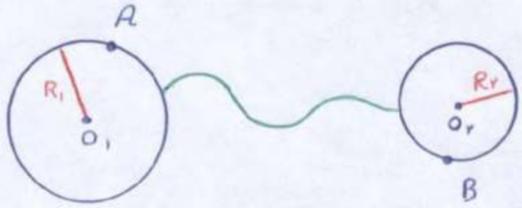
$$V_B - \overset{R=\infty}{V_A} = -\int\frac{2k\lambda}{r}dr.\cos 0 = -2k\lambda.\ln r\Big|_\infty^r = 2k\lambda\ln\infty$$

(برای نقاط داخل)

* برای استوانه و میله‌ی باردار نمی‌توان مرجع را ∞ در نظر گرفت؛ اما برای کره و دیسک، مرجع را ∞ در نظر می‌گیریم.

* بهتر است برای استوانه، مرجع را روی سطح جانبی در نظر گرفت.

مثال: دو کرهٔ رسانای باردار، یکی در خارج دیگری و در فاصلهٔ دور از هم قرار دارند؛ به طوری که اولی با شعاع و مرکز R_1 و O_1 و بار q_1 و دومی به ترتیب R_2 و O_2 و q_2 . دو کره را با یک سیم رسانا به هم متصل می‌کنیم. نشان دهید چگالی بار سطحی بر روی کره با شعاع کوچکتر، بیشتر از کره با شعاع بزرگتر است.



قبل از اتصال:

$$\begin{cases} V_A = \dfrac{kq_1}{R_1} + \dfrac{kq_2}{\infty} = \dfrac{kq_1}{R_1} \\ V_B = \dfrac{kq_2}{R_2} + \dfrac{kq_1}{\infty} = \dfrac{kq_2}{R_2} \end{cases} \Rightarrow V_A \neq V_B$$

[این بدان معناست که قبل از اتصال، بین A و B اختلاف پتانسیل داریم.]

پس از اتصال:

$$\begin{cases} V_A = \dfrac{kq_1'}{R_1} + \dfrac{kq_2'}{\infty} = \dfrac{kq_1'}{R_1} \\ V_B = \dfrac{kq_2'}{R_2} + \dfrac{kq_1'}{\infty} = \dfrac{kq_2'}{R_2} \end{cases}$$

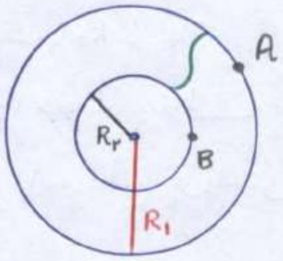
چون بعد از اتصال، دو جسم، هم پتانسیل می‌شوند بنابراین: $V_A = V_B \Rightarrow V_A - V_B = 0$

$$\Rightarrow \frac{kq_1'}{R_1} = \frac{kq_2'}{R_2} \Rightarrow \frac{q_1'}{q_2'} = \frac{R_1}{R_2} \rightarrow \frac{\sigma_1'(4\pi R_1^2)}{\sigma_2'(4\pi R_2^2)} = \frac{R_1}{R_2}$$

سطح کره

$$\Rightarrow \frac{\sigma_1'}{\sigma_2'} = \frac{R_2}{R_1}$$ $\Rightarrow$ چگالی با شعاع نسبت عکس دارد

مثال = دو کرهٔ رسانا یکی در داخل دیگری قرار دارد و آنها را به هم وصل می کنیم :



قبل از اتصال :

$$\begin{cases} V_A = \dfrac{kq_1}{R_1} + \dfrac{kq_2}{R_1} \\ V_B = \dfrac{kq_1}{R_1} + \dfrac{kq_2}{R_2} \end{cases} \Rightarrow V_A \neq V_B$$

پس از اتصال :

$$\begin{cases} V_A = \dfrac{kq_1'}{R_1} + \dfrac{kq_2'}{R_1} \\ V_B = \dfrac{kq_1'}{R_1} + \dfrac{kq_2'}{R_2} \end{cases} \xrightarrow{\text{می دانیم}} V_A = V_B \Rightarrow$$

$$\frac{kq_2'}{R_1} = \frac{kq_2'}{R_2} \Rightarrow q_2' = 0 \qquad q' = q_1 + q_2$$

بنابراین پس از اتصال ، کرهٔ کوچکتر تمام بارش را به کرهٔ بزرگتر می دهد .

* نکته = در اجسام رسانا ، بار ، بیشتر روی نقاط نوک تیز جمع می شود .

* نکته = نقاط داخل و روی اجسام رسانا ، هم پتانسیل هستند ؛ چون داخل اجسام رسانا ، میدان صفر است .

۳ انتگرال پرکاربرد در فیزیک (۲) :

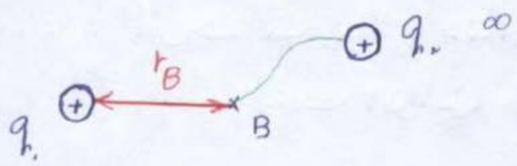
* $\displaystyle\int \frac{x \cdot dx}{\sqrt{a^2+x^2}} = \sqrt{a^2+x^2}$

* $\displaystyle\int \frac{x \cdot dx}{(x^2+a^2)^{\frac{3}{2}}} = \frac{-1}{\sqrt{a^2+x^2}}$

* $\displaystyle\int \frac{dx}{(a^2+x^2)^{\frac{3}{2}}} = \frac{x}{a^2\sqrt{a^2+x^2}}$

انرژی پتانسیل الکتریکی :

- می‌خواهیم بارِ q_2 را از بی‌نهایت به نقطهٔ B که در فاصلهٔ r_B از بارِ q_1 قرار دارد، انتقال دهیم.



در نقطهٔ B، پتانسیلِ V_B را داریم.

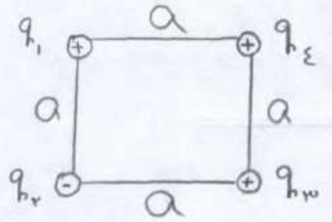
$$V_B = k\frac{q_1}{r_B} \qquad \rightarrow \qquad W_{AB} = q(V_B - V_A)$$

$$W_{\infty\to B} = q_2(V_B - \cancel{V_\infty}) \longrightarrow q_2 V_B = k\frac{q_1 q_2}{r_B}$$

$$U = k\frac{q_1 q_2}{r}$$ ← بنابراین، انرژی پتانسیلِ ذخیره‌شده در سیستم

* انرژی پتانسیلِ الکتریکی همیشه در میدان ذخیره می‌شود.

مثال: q_1 و q_2 و q_3 و q_4 از ∞ می‌خواهند به رئوسِ مربع a منتقل شوند. انرژی پتانسیلِ ذخیره‌شده در سیستم را بیابید. (q_2 منفی و بقیه مثبت)



$$W_{\infty\to 1} = q_1(\cancel{V_1} - \cancel{V_\infty}) = 0 \Rightarrow$$

برای انتقال اولی از ∞، هیچ کاری لازم نیست.

$$W_{\infty\to 2} = q_2(V_2 - \cancel{V_\infty}) = -q_2\left(\frac{k\,q_1}{a}\right) = -k\frac{q_1q_2}{a}$$

$$W_{\infty\to 3} = q_3(V_3 - \cancel{V_\infty}) = q_3\left(\frac{kq_1}{a\sqrt{2}} + \frac{k(-q_2)}{a}\right) = k\frac{q_1q_3}{a\sqrt{2}} - k\frac{q_2q_3}{a}$$

$$W_{\infty\to 4} = q_4(V_4 - \cancel{V_\infty}) = q_4\left(k\frac{q_1}{a} + k\frac{-q_2}{a\sqrt{2}} + k\frac{q_3}{a}\right) = k\frac{q_1q_4}{a} - k\frac{q_2q_4}{a\sqrt{2}} + \frac{kq_3q_4}{a}$$

$$W = W_1 + W_2 + W_3 + W_4$$

$$U = 0 - k\frac{q_1q_2}{a} + k\frac{q_1q_3}{a\sqrt{2}} - k\frac{q_2q_3}{a} + k\frac{q_1q_4}{a} - k\frac{q_2q_4}{a\sqrt{2}} + k\frac{q_3q_4}{a}$$

فصل پنجم : خازن

ظرفیت : ظرفیت یک رسانا ، مقدار باری است که می تواند جمع گردد تا پتانسیل الکتریکی آنرا یک ولت افزایش دهد .

$$C = \frac{q}{V}$$

* برای یافتن ظرفیت یک رسانا مراحل زیر را انجام می دهیم ←

۱ـ محاسبهٔ E ۲ـ نوشتن $V = -\int E.dl$ ۳ـ نوشتن $C = \frac{q}{V}$

* نکته = ظرفیت ، مختص اجسام رساناست .

اگر بار ، متغیر باشد ← $C = \int \frac{dq}{V} \Rightarrow dC = \frac{dq}{V}$

مثال = کرهٔ رسانایی به شعاع R درنظر بگیرید و ظرفیت آنرا محاسبه کنید .

(۱) $E = k\frac{q}{R^2}$ (۲) $V = k\frac{q}{R}$ (۳) $C = \frac{q}{V} = \frac{q}{k\frac{q}{R}} = \frac{R}{k} = 4\pi\varepsilon_0 R$

- ظرفیت یک کرهٔ معین ، مقداری ثابت است .

---

* هروقت ۲ جسم رسانا درفاصله ای ازهم قرار بگیرند ، مجموعه ، تشکیل خازن می دهد .

* ظرفیت خازن به عوامل زیر بستگی دارد ←

۱ = شکل هندسی صفحات

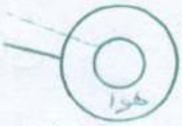
۲ = طرز قرارگرفتن صفحات

۳ = ماده عایق بین صفحات

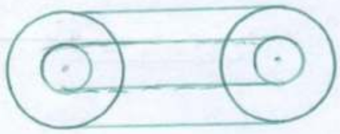
اشکال مختلف خازن ها :

(خازن مسطح موازی)

(خازن مسطح غیرموازی)



(خازن کروی)


(خازن استوانه ای)

* برای محاسبهٔ ظرفیت خازن ها به طریق زیر عمل می کنیم ←

۱- بین دو صفحه، یک نقطهٔ اختیاری می گیریم و میدان (E) را در آن نقطه محاسبه می کنیم.

۲- از میدان در فاصلهٔ دو صفحه در انتگرال می گیریم ← $V=-\int E\cdot dL$

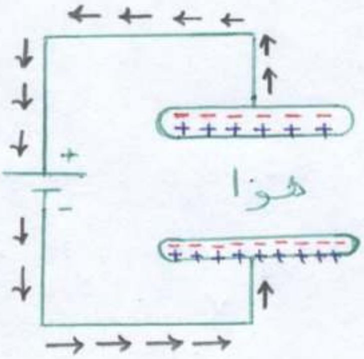
if یکنواخت باشد $\Rightarrow$ $V=-\int_A^B E\cdot \vec{dL}$

if غیر یکنواخت باشد $\Rightarrow$ $V=-\int_{r_A}^{r_B} E\cdot \vec{dr}$

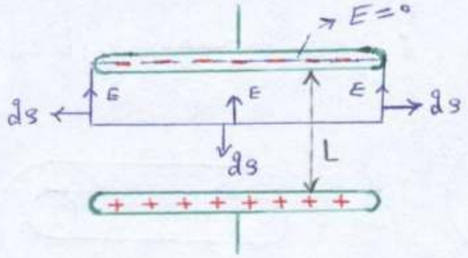
۳- برای خازن موازی $\rightarrow$ $C=\frac{q}{V}$

برای خازن غیرموازی $\rightarrow$ $C=\int \frac{dq}{V}$

شارژ خازن :



* ظرفیت خازن مسطح موازی :



(داخل اجسام رسانا میدان ۰ است)

- سطح گاوسی، مکعب است که وجه بالایی آن، داخل صفحه بالایی خازن و وجه پایینی آن، بین دو صفحه خازن است و اندازه هر وجه به اندازه صفحات خازن است.
یعنی ۴ وجه، محدود به صفحات خازن است.

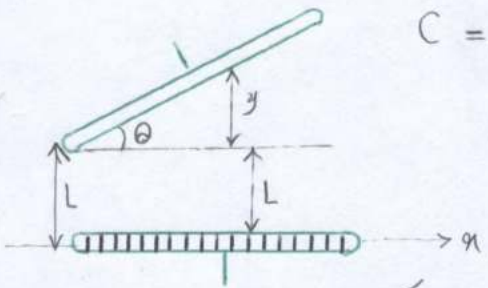
$$\oint E\cdot ds = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

$$\oint E\cdot ds = 0+0+0+0+0+E_0\cdot A\cdot\cos\pi = \frac{-q}{\varepsilon_0}$$

$$E_0 = \frac{\overset{\sigma}{q}}{A\varepsilon_0} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$ → میدان به فاصله نقطه تا صفحات بستگی ندارد

$$V_0 = -\int E\cdot dL = E_0\cdot L = \frac{qL}{\varepsilon_0 A} \qquad C_0 = \frac{q}{V_0} = \frac{\varepsilon_0 A}{L}$$

مثال = خازن مسطح غیرموازی که صفحات خازن، مربع شکل و به اضلاع a و زاویه بین دو صفحه، θ می باشد. ظرفیت این خازن را بیابید.



- قبلاً ظرفیت مسطح موازی را بدست آوردیم ← $C = \frac{\varepsilon_0 A}{L}$

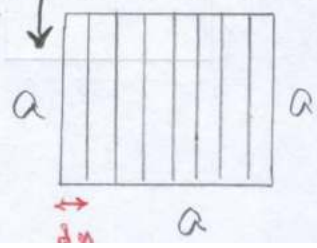
* برای بدست آوردن ظرفیت خازن مسطح غیرموازی، خازن را به ∞ خازن مسطح موازی تقسیم می کنیم.
سپس ظرفیت تک تک این خازن ها را بدست آورده و باهم جمع می کنیم.
بنابراین ←

$$C = \int \frac{\varepsilon_0\, dA}{L}$$ (dA → مساحت سطح هرکدام از خازن ها)

چون اضلاع مربع a است، وقتی آنرا کوچک کوچک می کنیم، یکی از اضلاع، a می ماند، امّا ضلع دیگر dx می شود.

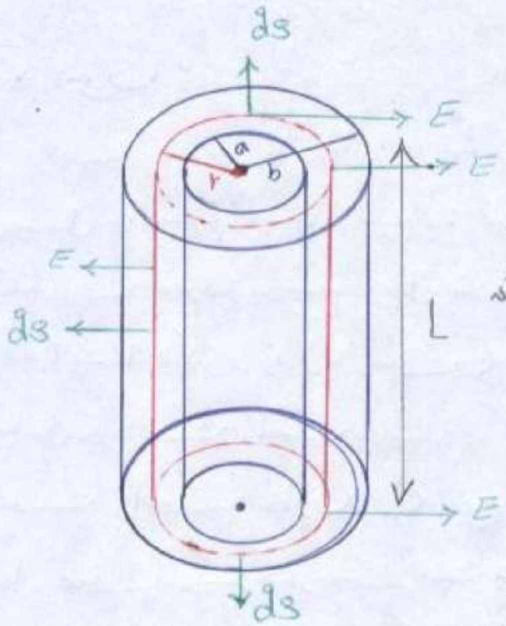
$$dA = a\cdot dx \qquad L = l + y \qquad y = \theta\cdot x \Rightarrow L = l + \theta x$$

$$\theta = \tan\theta = \frac{y}{x} \Rightarrow y = x\cdot\theta$$



$$C = \varepsilon_0 \int \frac{a\cdot dx}{l + \theta\cdot x}$$

ظرفیت خازن استوانه ای:



* استوانه مانند یک ورقهٔ رسانا است که آنرا لوله بنامیم.

خازن استوانه ای شامل ۲ استوانهٔ تو در تو می باشد که یکی به پتانسیل مثبت و دیگری به پتانسیل منفی بسته شده است. بنابراین یک میدان از صفحهٔ مثبت به صفحهٔ منفی خواهیم داشت.

به هر حال، میدان، شعاعی می باشد (یا از داخل به خارج و یا از خارج به داخل). میدان بین دو صفحهٔ خازن می باشد.

باید توجه داشت که ابتدا و انتهای استوانه ها بسته نیست. یعنی ما ورقه داریم.

$$\oint E \cdot ds = \frac{q}{\varepsilon_0} \Rightarrow 0 + 0 + E(2\pi r L)\cos 0^\circ = \frac{q}{\varepsilon_0} \Rightarrow E = \frac{q}{2\pi\varepsilon_0 L r}$$

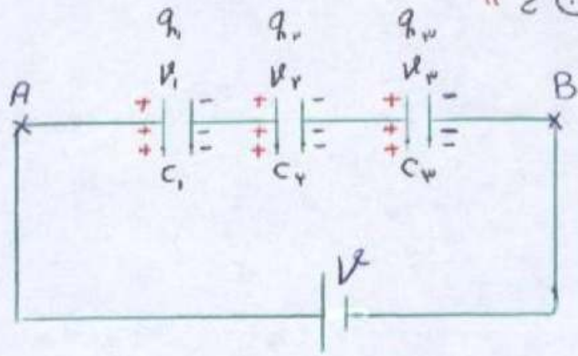
$$V = -\int_{r_A}^{r_B} E \cdot dr = -\frac{q}{2\pi\varepsilon_0 L}\int_b^a \frac{dr}{r}$$

$$V = \frac{q}{2\pi\varepsilon_0 L}\int_a^b \frac{dr}{r} = \frac{q}{2\pi\varepsilon_0 L}\ln\frac{b}{a}$$

$$C = \frac{q}{\frac{q}{2\pi\varepsilon_0 L}\ln\frac{b}{a}} = \frac{2\pi\varepsilon_0 L}{\ln\frac{b}{a}}$$

« به هم بستن خازن ها »

* سری :



وقتی یک سرِ خازنها را به همدیگر متصل می کنیم ، می گوییم خازنها به صورت سری به هم وصل شده اند.

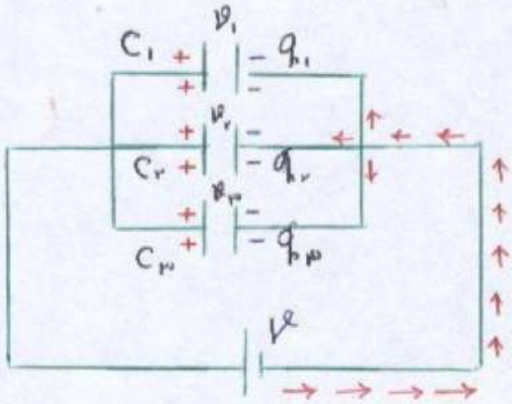
- ابتدا الکترونها (بار منفی) از قطب منفی باطری به سمت راست حرکت می کنند و در صفحهٔ سمت راست خازنِ C_3 جمع می شوند. سپس، بارِ منفیِ موجود در صفحهٔ سمتِ چپِ خازنِ C_3 را دفع می کنند که این بارها رانده شده در صفحهٔ سمت راست خازنِ C_2 جمع می شوند و ... .

$$q = q_1 = q_2 = q_3$$

$$V = V_1 + V_2 + V_3$$

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}$$

* موازی :



* نکته = همیشه بار منفی یعنی الکترون ها حرکت می کنند و پروتون ها یعنی بار مثبت، حرکت نمی کنند.

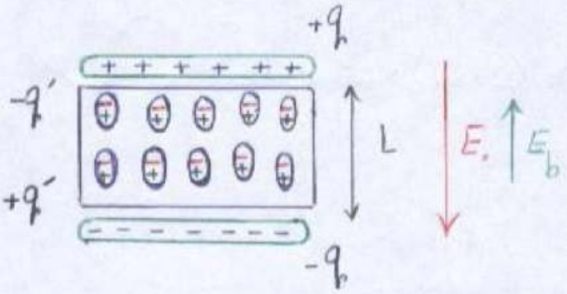
چون اگر قرار بود پروتون ها حرکت کنند، آنگاه هستهٔ اتم ها فرو می پاشید.
در ضمن ، پروتون ها سنگین هستند.

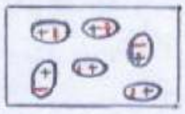
$$V = V_1 = V_2 = V_3$$

$$q = q_1 + q_2 + q_3$$

$$C = C_1 + C_2 + C_3$$

دی الکتریک :





← حالتِ عادیِ عایق

q ← بارِ آزاد & q' ← بارِ مقید

- وقتی بین صفحات این خازنِ شارژ شده خالی بود (هوا بود) میدان از بالا به پایین وجود داشت (E_0). وقتی عایقی که مولکولهایش نامنظم است را در فاصلهٔ بینِ دو صفحهٔ خازن قرار می‌دهیم، گشتاوری ایجاد می‌شود که سببِ چرخش مولکولهای عایق می‌گردد. می‌دانیم وقتی اتم‌ها در داخل میدان قرار می‌گیرند جهت گیری می‌کنند (تحت تأثیر میدان، قطبیده می‌شوند).

همانطور که در شکل مشاهده می‌شود، قسمت بالای عایق، دارای بارِ منفیِ $-q'$ و قسمت پایینِ عایق، دارای بارِ مثبتِ $+q'$ می‌شود. بنابراین میدانی که حاصل از قطبیدگی است (E_b) از سمت پایین به بالا ایجاد می‌شود. یعنی میدانِ حاصل از قطبیدگی درخلافِ جهتِ میدانِ قبلی است.

$E_0 > E_b$ چون $q > q'$.

- وقتی بینِ دو صفحهٔ خازن هوا بود ← $C_0 = \frac{\varepsilon_0 A}{L}$ & $E_0 = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$ & $V_0 = E_0 L$

- میدان بین صفحات خازن با حضور عایق ← $E_{eff} = E = E_0 - E_b$

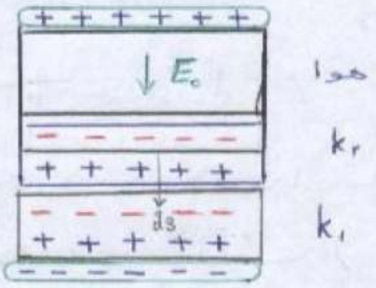
ضریبِ عایق (ثابت دی الکتریک) ← $\frac{V_0}{V} = \frac{E_0 L}{E L} \Rightarrow \frac{V_0}{V} = \frac{E_0}{E} = k$

* در حضورِ عایق ← اختلاف پتانسیل کم می‌شود $\Rightarrow$ $V = \frac{V_0}{k}$

شدت میدان کم می‌شود $\Rightarrow$ $E = \frac{E_0}{k}$

ظرفیت افزایش می‌یابد $\Rightarrow$ $C = \frac{q}{V} = \frac{q}{V_0/k} = k\frac{q}{V_0} = kC_0$

مثال = مطلوبست میدان در جایی که دی الکتریک k_2 وجود دارد.



* برای محاسبهٔ میدان، از قانون گاوس استفاده می‌کنیم.
سطح فرضی را به گونه‌ای انتخاب می‌کنیم که یکی از وجه‌های آن، داخل عایق k_2 باشد.

$$\oint E\cdot ds = \frac{q-\overset{\text{در نظر نمی‌گیریم}}{q'}}{k\varepsilon_0} = \frac{q}{k\varepsilon_0}$$

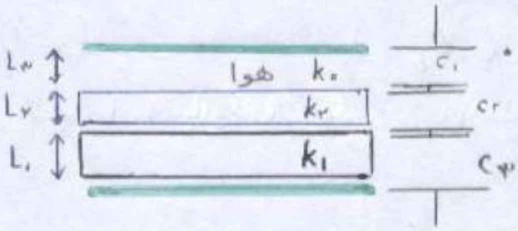
(هر موقع عایق داشتیم به جای ε_0، $k\varepsilon_0$ می‌گذاریم)

(میدان داخل رسانا) $(E=0)$ $\quad E\perp ds$

$$0+0+0+0+0+E_2 A\cdot\cos 0 = \frac{q}{k_2\varepsilon_0}$$

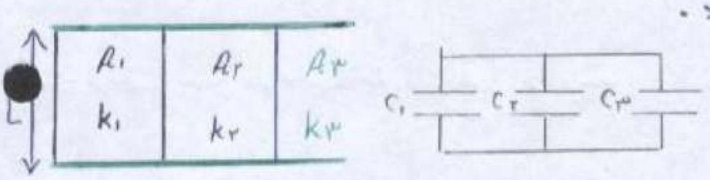
$$E_2 = \frac{q}{A\cdot k_2\cdot\varepsilon_0} = \frac{\sigma}{k_2\varepsilon_0} = \frac{E_0}{k_2}$$

مثال = ظرفیت خازن زیر را محاسبه نمایید.



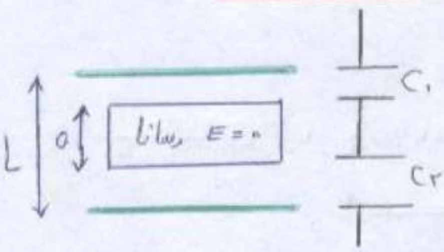
$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}+\frac{1}{C_3} = \frac{1}{\frac{\varepsilon_0 A k_1}{L_1}} + \frac{1}{\frac{\varepsilon_0 A k_2}{L_2}} + \frac{1}{\frac{\varepsilon_0 A k_3}{L_3}}$$

مثال = ظرفیت معادل خازن زیر را بیابید.



$$C = C_1+C_2+C_3 = \frac{\varepsilon_0 A_1 k_1}{L} + \frac{\varepsilon_0 A_2 k_2}{L} + \frac{\varepsilon_0 A_3 k_3}{L}$$

مثال = مطلوبست ظرفیت خازن معادل.



$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2} = \frac{1}{\frac{\varepsilon_0 A}{\left(\frac{L-a}{2}\right)}} + \frac{1}{\frac{\varepsilon_0 A}{\left(\frac{L-a}{2}\right)}}$$

$$C = \frac{\varepsilon_0 A}{L-a}$$ (مثال مهم)

انرژی ذخیره شده در خازن :

کار لازم برای انتقال dQ از ∞ به نقطه‌ای با پتانسیل V' ←

$$dW = dQ\,(V' - V_\infty) \qquad C = \frac{Q}{V} \quad \Rightarrow \quad dQ = C\,dV'$$

$$dW = C\,dV'\,V' \quad \Rightarrow \quad W = C\int V'\,dV' = C\left(\frac{V'^2}{2}\right)_0^{V}$$

$$U_{\text{کل}} = W = \frac{1}{2} C V^2$$

$$U = \frac{1}{2} C V^2 \quad \& \quad U = \frac{1}{2} Q V \quad \& \quad U = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}$$

(انرژی ذخیره شده در خازن یا رسانا)

$$C = \frac{\varepsilon_0 A}{L} \;\&\; E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} \;\&\; \mathcal{V} = A\cdot L \;\Rightarrow\; U = \frac{1}{2}\frac{\sigma^2 A^2}{\frac{\varepsilon_0 A}{L}} \;\&\; U = \frac{1}{2}\frac{\sigma^2 A L}{\varepsilon_0} \;\&\; U = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 A L$$

$$\text{چگالی انرژی} = u = \frac{U}{\mathcal{V}} = \frac{\frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 A L}{A L} \quad \Rightarrow \quad u = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2$$ (اگر هوا باشد)

$$u = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 = \frac{1}{2}\varepsilon_0 k E^2 \qquad u = \frac{1}{2}\varepsilon_0 k E^2$$ (در عایق)

$$u = \frac{dU}{d\mathcal{V}} \quad \Rightarrow \quad dU = u\,d\mathcal{V} \qquad U_{\text{کل}} = \int u\,d\mathcal{V}$$

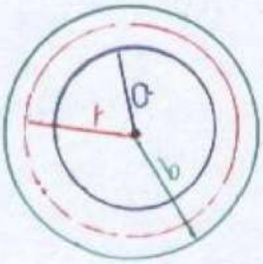
* اگر خواستیم در فضایی که میدان هست انرژی ذخیره شده را بیابیم :

۱- محاسبه E

۲- $u_{\text{چگالی}} = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2$

۳- $U_{\text{کل}} = \int u_{\text{چگالی}}\,d\mathcal{V}$

مثال = کرهٔ فلزی به شعاع a دارای بار الکتریکی q می‌باشد. این کره به یک عایق کروی شکل به شعاع داخلی a و شعاع خارجی b با ثابت دی الکتریک k احاطه شده است. مطلوبست محاسبهٔ انرژی الکتریکی ذخیره شده در این سیستم.



برای نقاط داخلی : $r < a \rightarrow E_i = 0 \quad U_i = 0$

(چون داخل اجسام رسانا، میدان صفر است)

برای $a < r < b$:

$$\oint E.ds = \frac{q}{\varepsilon_0} \Rightarrow E(4\pi r^2) = \frac{q}{\varepsilon_0} \Rightarrow E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

$$u_{\text{چگالی}} = \frac{1}{2}\varepsilon E^2 = \frac{1}{2}k\varepsilon_0 E^2 \Rightarrow$$

$$u = \frac{1}{2}k\varepsilon_0 \frac{q^2}{16\pi^2 \varepsilon_0^2 \cdot r^4 \cdot k^2} = \frac{q^2}{32\pi^2 \cdot \varepsilon_0 \cdot k \cdot r^4}$$ (برای نقاط داخل عایق)

$$U_{\text{کل}} = \int u \cdot dv = \frac{q^2}{32\pi^2 \varepsilon_0 k}\int \frac{4\pi r^2 \cdot dr}{r^4} = \frac{q^2}{8\pi\varepsilon_0 k}\left(-\frac{1}{r}\right)_a^b = \frac{q^2}{8\pi\varepsilon_0 k}\left(-\frac{1}{b}+\frac{1}{a}\right)$$

برای نقاط خارجی :

$$u_o = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E_o^2 = \frac{1}{2}\varepsilon_0 \frac{q^2}{16\pi^2\varepsilon_0^2 r^4} = \frac{q^2}{32\pi^2\varepsilon_0 r^4}$$

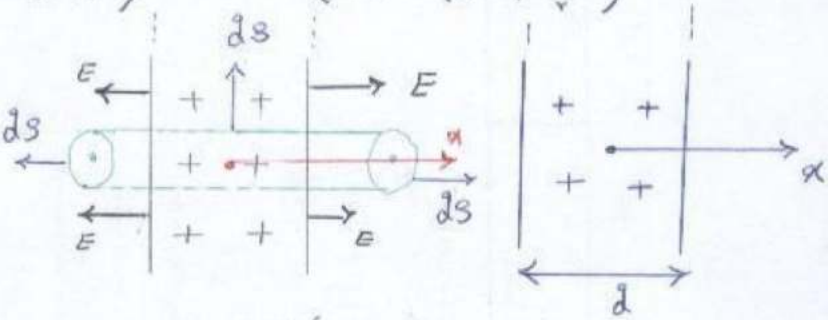
$$U_o = \int u \cdot dv = \frac{q^2}{32\pi^2\varepsilon_0}\int \frac{4\pi r^2 dr}{r^4} = \frac{q^2}{8\pi\varepsilon_0}\left(-\frac{1}{r}\right)_b^\infty = \frac{q^2}{8\pi\varepsilon_0 b}$$

$$U = U_i + U_k + U_o \Rightarrow$$

$$U = 0 + \frac{q^2}{8\pi\varepsilon_0 k}\left(-\frac{1}{b}+\frac{1}{a}\right) + \frac{q^2}{8\varepsilon_0 \pi b}$$

مثال = چگالی بار الکتریکی حجمی یک بره نامتناهی نارسانا ثابت و برابر ρ می‌باشد.
چنانچه ضخامت بره برابر d باشد میدان الکتریکی را برای موارد زیر بیابید:

$(a: x=0)$ $(b: x>d)$ $(c: 0<x<\frac{d}{2})$



$x>d$:

$$\oint E\cdot ds = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

(بار داخل سطح گاوسی)

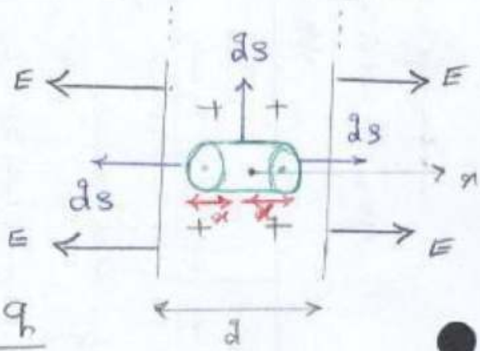
$$\oint_1 E\cdot ds + \oint_2 E\cdot ds + \oint_3 E\cdot ds = \frac{q}{\varepsilon_0} \Rightarrow$$

(حجم آن قسمت از بره که استوانه آن را قطع کرده)

(برای نقاط خارجی)

$$E.A.\cos 0 + E.2\pi r l \cos\frac{\pi}{2} + A.E.\cos 0 = \frac{\rho V}{\varepsilon_0} = \frac{\rho A d}{\varepsilon_0} \Rightarrow E = \frac{\rho d}{2\varepsilon_0}$$

$0<x<\frac{d}{2}$: (یعنی نقاط داخلی)



$$\oint_1 E\cdot ds + \oint_2 E\cdot ds + \oint_3 E\cdot ds = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

$$E.A.\cos 0 + E.2\pi r.L.\cos\frac{\pi}{2} + E.A.\cos 0 = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

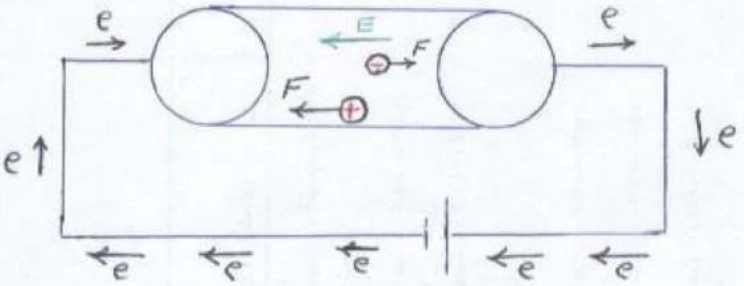
(برای نقاط داخلی)

$$2E.A = \frac{q}{\varepsilon_0} = \frac{2A.x\rho}{\varepsilon_0} \Rightarrow E = \frac{\rho x}{\varepsilon_0}$$

از رابطهٔ اخیر نتیجه می‌شود برای نقاطی که $x=0$ است ← $E=0$.

فصل ۶ - جریان :

- هرگاه در جسمی، بار حرکت کند اصطلاحاً گفته می‌شود در این جسم، جریان الکتریکی داریم.
- رساناها ساختار اتمی دارند. چیزی که به جریان الکتریکی مربوط می‌شود، الکترونهای لایهٔ ظرفیت رساناها می‌باشند.



- جریان همیشه از قطب مثبت می‌باشد (یعنی خلاف جهت حرکت الکترونها).

- باتری در رسانا، همیشه تولید میدان می‌کند. بدین گونه مثبت در جهت میدان و به بارهای منفی، در خلاف جهت میدان نیرو وارد می‌شود.

حرکت انتقالی الکترونها ← میدان در داخل جسم رسانا به الکترونها، در خلاف جهت میدان نیرو وارد می‌کند و آنها را به حرکت در می‌آورد.

- طبق قرارداد، جهت جریان در جهت حرکت بار مثبت و خلاف جهت حرکت بار منفی است.
- در اجسام رسانا، فقط الکترونهای آزاد حرکت می‌کنند.

جریان ← مقدار باری که در واحد زمان از سطح مقطع یک جسم عبور می‌کند.

if حرکت بار، یکنواخت باشد → $i = \frac{q}{t}$

if وقت جریان، غیریکنواخت (حرکت) باشد → $i = \frac{dq}{dt}$ (مثلاً به خاطر ناهمواری سطح مقطع - یا تغییر ولتاژ باطری)

(سرعت حرکت انتقالی) $v_d =$ چند دهم $\frac{mm}{s}$

* کمیت های فیزیکی

ماکروسکوپیک
- ۱- عددی هستند.
- ۲- حتماً می توان به کمک ابزاری آن ها را اندازه گرفت.
- ۳- به کل جسم مربوط هستند.

میکروسکوپیک
- ۱- به نقطه ای از جسم تعلق دارند.
- ۲- برداری می باشند.
- ۳- قابل اندازه گیری نیستند.

- هر کمیت ماکروسکوپیک، یک کمیت میکروسکوپیک متناظر دارد.

$$\underset{\text{ماکروسکوپیک}}{V} \longrightarrow \underset{\text{میکروسکوپیک}}{E}$$

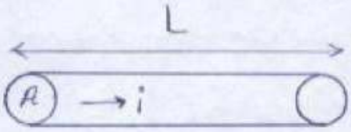
$$V = -\int \vec{E}\cdot d\vec{l} \quad , \quad \vec{E} = -\nabla V$$

$$\underset{\text{ماکروسکوپیک}}{i} \longrightarrow \underset{\text{میکروسکوپیک}}{J}$$

(چگالی جریان)

$$i = \int \vec{J}\cdot d\vec{s} \qquad i = \vec{J}\cdot\vec{A} \qquad \text{یا} \qquad J = \frac{i}{A}$$

- جهت بردار J به سمت جریان است. - سطح مقطع همیشه عمود بر جریان است.



- سرعت انتقال الکترونها (V_d)
- تعداد الکترونها در واحد حجم (n)
- تعداد الکترونها در حجم AL (nAL)
- مقدار بار الکتریکی داخل حجم (e)

$$V = A.L \qquad t = \frac{L}{v_d}$$

$$i = \frac{q}{t} = \frac{nALe}{L/v_d}$$

$$i = nAev_d \qquad J = \frac{i}{A} = nev_d$$

$$\boxed{\vec{J} = n.e.v_d}$$

چگالی جریان

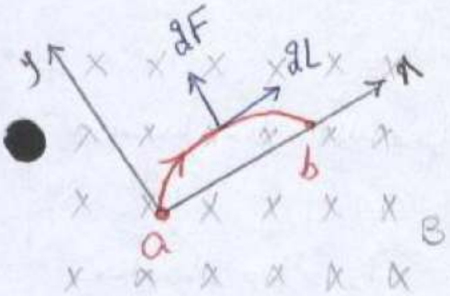
مثال = ذرات ۱ و ۲ و ۳ هنگام عبور از میدان مغناطیسی ، شکل زیر را طی می کنند . در مورد هر ذره چه نتیجه ای می توان گرفت ؟

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$$

با استفاده از قانون دست راست :

$1 \rightarrow (+)$ $\quad$ $2 \rightarrow$ (خنثی) $\quad$ $3 \rightarrow (-)$

مثال = شکل زیر ، سیمی به شکل دلخواه را نشان می دهد که حامل جریان i ، از a به b است . این سیم در صفحه ای عمود بر میدان مغناطیسی یکنواخت B قرار دارد . ثابت کنید که نیروی وارد بر این سیم با نیرویی که بر یک سیم مستقیم حامل جریان i ، از a به b وارد می شود ، مساوی است .
(راهنمایی ← به جای این سیم ، رشته ای از پله های سیمی موازی و عمود بر خط راست واصل از a به b در نظر بگیرید .)



* به قسمت از سیم به طول dL ، نیروی dF وارد می شود .

$$F = i\vec{L} \times \vec{B} \Rightarrow dF = i\,dL \times B$$

$$\Rightarrow dF = i\,dL\,B\sin\theta = iB\,dL\sin 90 = iB\,dL$$

(dL در راستای طول سیم است) (زاویه بین B و dL)

$$dF_x = dF\cdot\cos\theta = iB\,dL\cos\theta = iB\,dx \qquad (dL\cos\theta = dx)$$

$$F_x = \int dF_x = iB\int_{x_a}^{x_b} dx = iB(x_b - x_a)$$

$$dF_y = dF\cdot\sin\theta = iB\cdot dL\sin\theta = iB\,dy$$

$$F_y = \int dF_y = iB\int_{y_a}^{y_b} dy = iB(y_b - y_a) = 0$$

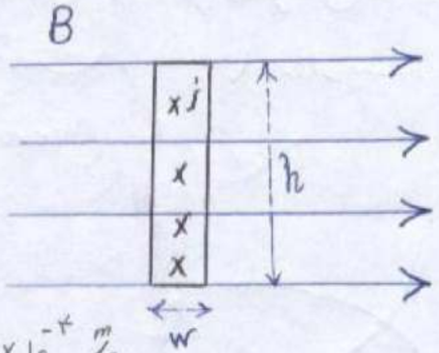
$$y_a = y_b \Rightarrow F_y = 0 \qquad F = (F_x^2 + F_y^2)^{\frac{1}{2}} = iB(x_B - x_a) = iBL$$

مثال =) جریان i که در شکل با علامت «ضربدر» مشخص شده، در یک نوار مسی به ارتفاع h و پهنای w برقرار شده است. میدان مغناطیسی یکنواخت B به طور عمود بر این نوار، اعمال می شود. الف) سرعت سوق v_d الکترونها را حساب کنید. ب) بزرگی و جهت نیروی مغناطیسی F وارد بر الکترونها چقدر و چگونه است؟ ج) بزرگی و جهت میدان الکتریکی همگن E چقدر باید باشد تا اثر میدان مغناطیسی را خنثی کند؟ د-) ولتاژ V که برای تولید این میدان الکتریکی E باید اعمال شود (بر دو وجه رسانا) چقدر است؟ این ولتاژ بین کدام دو وجه باید اعمال شود؟ هـ) اگر هیچ میدان الکتریکی از خارج اعمال نشود، الکترونها تا اندازه ای به یک سمت کشیده می شوند و در نتیجه، یک میدان یکنواخت هال در رسانا به وجود می آورند تا اینکه توازن بین نیروهای حاصل از این میدان الکترواستاتیکی E_H با نیروهای مغناطیسی مربوط به قسمت ب برقرار شود. بزرگی و جهت میدان E_H چقدر و چگونه است؟

(تعداد الکترونها در واحد حجم $= n = 1.1 \times 10^{29}\ m^{-3}$)

$h = 0.020\ m \qquad w = 0.1\ cm$

$i = 50\ A \qquad B = 2.0\ T$



الف) $v_d = \frac{j}{ne} = \frac{i}{Ane} = \frac{i}{hwne} =$

$$= \frac{50}{(1.1\times10^{29})(1.6\times10^{-19})(0.02)(0.01\times10^{-2})} = 1.42\times10^{-4}\ m/s$$

ب) $F = e v_d B \sin\theta = e v_d B = (1.6\times10^{-29})(1.42\times10^{-4})(2) = 4.54\times10^{-23}\ N$

با توجه به رابطهٔ $\vec{F} = q\vec{v}\times\vec{B}$ و نیز به خاطر اینکه میدان B به سمت راست می باشد و جهت حرکت حامل های بار یعنی الکترونها به سمت خارج صفحه است، پس جهت نیروی مغناطیسی F به طرف پایین خواهد بود.

ادامه در صفحه بعد

ج: $F = -eE$: برای خنثی شدن اثر میدان

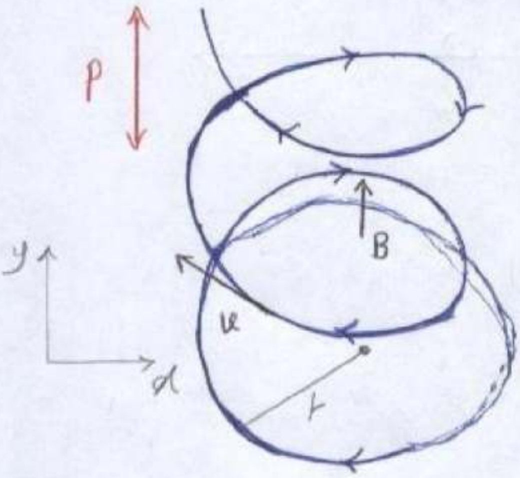
$$e v_d B = E e \Rightarrow E = v_d B = \frac{F}{e} = \frac{۴,۵۴ \times ۱۰^{-۲۳}}{۱,۶ \times ۱۰^{-۱۹}} = ۲,۸۴ \times ۱۰^{-۴}\ N/C$$

د: $V = Eh = ۲,۸۴ \times ۱۰^{-۴} \times ۰,۲۰ = ۵,۶۸ \times ۱۰^{-۶}\ V$

چون E به طرف پایین است ، پس این ولتاژ باید بین دو وجهِ بالا و پایین به طوریکه بالا + و پایین − باشد ، اعمال شوند.

هـ: $E_H = E = ۲,۸۴ \times ۱۰^{-۴}\ N/C$ (جهت آن به سمتِ پایین باشد)

مثال = یک پوزیترون $۲\ keV$ طوری به داخل میدانِ مغناطیسیِ یکنواختِ B با بزرگیِ $۰,۱\ T$ پرتاب می‌شود که بردارِ سرعتِ آن با B، زاویهٔ $۸۹°$ می‌سازد. الف) نشان دهید که این ذره (مسیر این ذره) یک مارپیچ است که محور آن در راستای B است. ب) مطلوبست دورهٔ تناوب ج) مطلوبست P ، r د) مطلوبست شعاعِ مارپیچ .



$$v = \vec{i}\, v_x + \vec{j}\, v_y \qquad B = \hat{j}\, B$$

$$F = q\, v \times B = q\, (v_x \hat{i} + v_y \hat{j}) \times (\hat{j} B)$$

$$\vec{F} = q\, v_x\, B\, \hat{k}$$

الف)

ادامه در صفحه بعد

www.power88.ir

ب :)

$$F = q \cdot v_x B \rightarrow m\frac{v_x^2}{R} = q \cdot v_x \cdot B$$

$$v_x = v \sin\theta \rightarrow R = \frac{mv_x}{qB} = \frac{mv}{qB}\sin\theta \Rightarrow$$

$$T = \frac{2\pi R}{v \sin\theta} = \frac{2\pi m}{qB} = \frac{2\pi (9{,}1 \times 10^{-31})}{(1{,}6 \times 10^{-19})(0{,}10)} = 3{,}57 \times 10^{-10}\ s$$

ج :) P = مسافتی که ذره در یک دوره تناوب در جهت میدان مغناطیسی حرکت می‌کند.

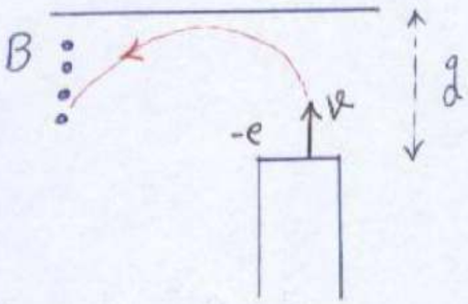
$$P = (\underbrace{v \cdot \cos\theta}_{v_y})\, T = \left(\sqrt{\frac{2k}{m}} \cos 89^\circ\right) T =$$

$$= \left(\sqrt{\frac{2(2 \times 1{,}6 \times 10^{-19} \times 10^{3})}{9{,}1 \times 10^{-31}}} \cos 89\right) \times (3{,}57 \times 10^{-10}) =$$

$0{,}165\ mm$

د :) $R = 1{,}51 \times 10^{-3}\ m = 1{,}51\ mm$

مثال = یک باریکهٔ الکترون با انرژی جنبشی k از روزنه واقع در انتهای یک لامپ شتاب دهنده خارج می‌شود. به فاصلهٔ d از این روزنه یک صفحهٔ فلزی به طور عمود بر راستای باریکه خروجی قرار دارد. نشان دهید که اگر میدان مغناطیسی $B \leftarrow B \geqslant \left(\frac{2mk}{e^2 d^2}\right)^{\frac{1}{2}}$ ، که در آن m و e جرم و بار الکترون هستند اعمال کنیم می‌توانیم مانع برخورد باریکه به صفحه شویم. سمتگیری B چگونه باید باشد ؟



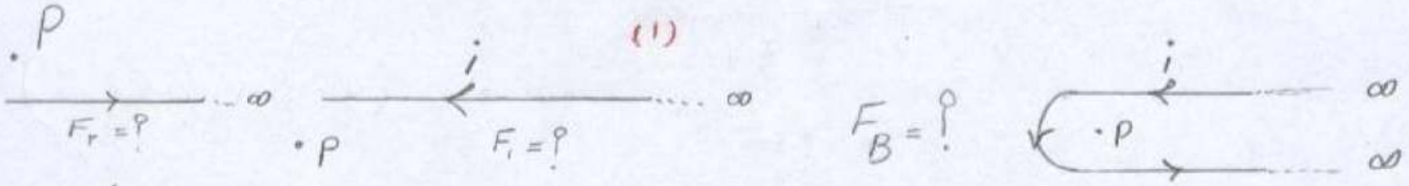
اگر $R<d$ باشد آنگاه الکترونها به صفحه نمی رسند.

$$F = qv \times B$$

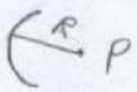
$$evB = \frac{mv^2}{R} \qquad k = \frac{1}{2}mv^2 \qquad R = \frac{mv}{eB} \leqslant d$$

$$v = \sqrt{\frac{2k}{m}} \qquad \sqrt{\frac{2mk}{e^2B^2}} \geqslant d \Rightarrow B \geqslant \sqrt{\frac{2mk}{e^2B^2}}$$

B عمود بر مسیر حرکت الکترون یعنی به طرف داخل یا خارج.



$$F = \int i\, dl \times B = iB\int dl$$



$$F_3 = \int_R i \underbrace{dl}_{R\,d\theta} \times B \qquad F_T = F_1 + F_2 + F_3$$